



МИНОБРНАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ
БЮДЖЕТНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ НАУКИ
**ИНСТИТУТ
ПРОБЛЕМ
УПРАВЛЕНИЯ**
ИМ. В.А. ТРАПЕЗНИКОВА
РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК

XVII Международная конференция
«Устойчивость и колебания нелинейных систем
управления» (Конференция Пятницкого)
Москва, ИПУ РАН, 3-5 июня 2026 года



STAB-26

Адаптивное оценивание состояния стохастических систем при структурной и параметрической неопределенности в задачах обработки навигационной информации

Амосов Олег Семенович

**Институт проблем управления
имени В.А. Трапезникова РАН**

Основные темы

| | |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Актуальность | Сравнительный анализ метода Монте-Карло и НС |
| Теория оценивания и фильтрации. История | Сопоставление подходов. Достоинства альтернативного метода |
| Задача оценивания. Постановка задачи оценивания в рамках байесовского подхода | Адаптивное оценивание при комплексировании измерений. Прогнозирование спутниковых измерений. Оценивание ухода гироскопа |
| Оптимальное решение | Адаптивное оценивание при сопровождении подвижных целей |
| Формулировка и решение адаптивной задачи. Современное развитие методов оценивания | Адаптивное оценивание при обучении с подкреплением |
| Синтетические системы. Вычислительный метод. Байесовский подход. Не рекуррентное и рекуррентное оценивание | Дробные фильтры. Оценка процессов с памятью |
| Оценивание с использованием нейросетевых фильтров | Адаптация при комплексировании с использованием системы нечеткой логики и базы знаний |
| Адаптация на основе машинного обучения с подкреплением | Адаптация с помощью больших языковых моделей LLM |
| Утверждения по нейронным сетям | Заключение. Перспективы |

Предъявляются жесткие требования **к точности и быстродействию** современных систем навигации в условиях существенных неопределенностей.

Требуется разработка эффективных методов и алгоритмов оценивания в условиях **структурной и параметрической неопределенностей** с сопоставлением подходов традиционного и на основе интеллектуальных технологий.

Ученые в области оценивания и нейронных сетей

Основатели современной теории
оценивания и фильтрации
Р.Л. Стратонович, Р. Калман

Значительный вклад в развитие
внесли
А.Н. Колмогоров, Н. Винер

Предшественники, создатели
МНК
К.Ф. Гаусс и А.М. Лежандр

Нейросетевое оценивание

- J. T.-Y. Lo
- A. Alessandry, T. Parisini
- S. Haykin

Глубокие НС

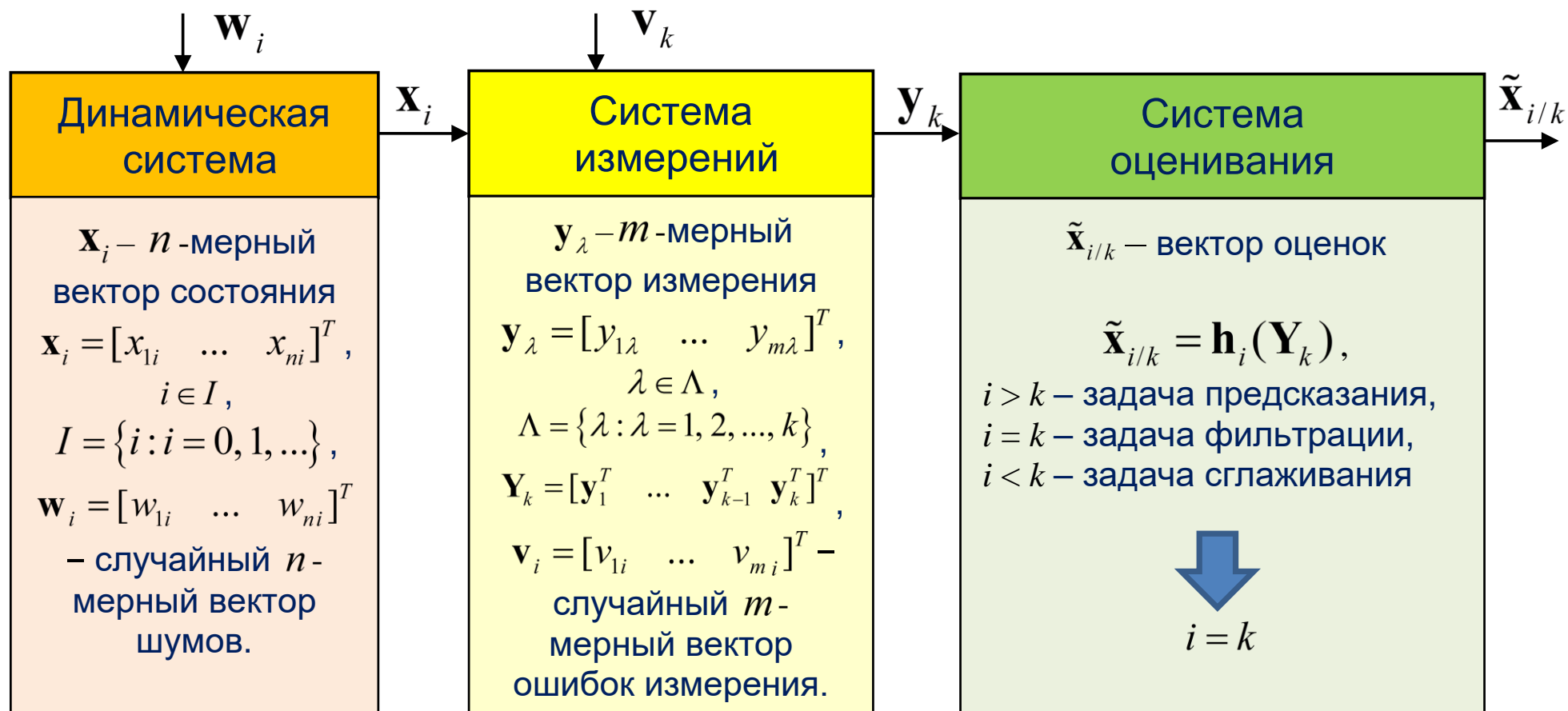
- Y. Lekun
- S. Hochreiter, J. Schmidhuber
- Дж. Хинтон

Сопоставление традиционных и нейросетевых методов оценивания, ХАИ

- О.А. Степанов*

1. Степанов О.А., Амосов О.С. Байесовское оценивание с использованием нейронной сети // Авиакосмическое приборостроение. – 2004. – № 6. – С. 46–55.
2. Степанов О.А., Амосов О.С. Оптимальная линейная фильтрация с использованием нейронной сети // Гироскопия и навигация. – 2004. – № 3 (46). – С. 14–29.
3. Stepanov O.A, Amosov O.S., Toropov A.V. Comparison of Kalman-type Algorithms in Nonlinear Navigation Problems for Autonomous Vehicles // IFAC Proceedings Volumes (IFAC-PapersOnline). 2007. Vol. 6. Pt 1. P. 493–498.

Задача оценивания



Задача оценки – определение функции \mathbf{h}_i некоторым рациональным обоснованным способом.
 Для упрощения математических записей введем обозначения: $\mathbf{x} \equiv \mathbf{x}_i, \mathbf{y} \equiv \mathbf{Y}_i = [\mathbf{y}_1^T, \dots, \mathbf{y}_{i-1}^T, \mathbf{y}_i^T]^T.$

Необходимо найти оценку неизвестного

случайного вектора $\mathbf{x} \in R^n$

с использованием вектора измерений

$\mathbf{y} \in R^m$

$$\mathbf{y} = \mathbf{s}(\mathbf{x}) + \mathbf{v}, \quad (1)$$

где $\mathbf{s}(\mathbf{x})$ - известная нелинейная функция,

$\mathbf{v} \in R^m$ - случайный вектор ошибок измерения.

Предполагается, что ф.п.р.в. $f(\mathbf{x}, \mathbf{y})$ - известна

и используется критерий

$$J = M \left\| (\mathbf{x} - \tilde{\mathbf{x}}(\mathbf{y})) \right\|^2 \Rightarrow \min. \quad (2)$$

Оптимальное решение

Оптимальная оценка $\hat{\mathbf{x}}^{opt}(\mathbf{y})$, условная $\mathbf{P}_{cond}(\mathbf{y})$

и безусловная \mathbf{G} матрицы ковариаций определяются как

$$\hat{\mathbf{x}}^{opt}(\mathbf{y}) = \int \mathbf{x} f(\mathbf{x} / \mathbf{y}) d\mathbf{x}, \quad (3)$$

$$\mathbf{P}_{cond}(\mathbf{y}) = \int (\mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}}^{opt}(\mathbf{y}))(\mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}}^{opt}(\mathbf{y}))^T f(\mathbf{x} / \mathbf{y}) d\mathbf{x}, \quad (4)$$

$$\mathbf{G} = \int \int (\mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}}(\mathbf{y}))(\mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}}(\mathbf{y}))^T f(\mathbf{x}, \mathbf{y}) d\mathbf{x} d\mathbf{y}, \quad (5)$$

где $f(\mathbf{x} / \mathbf{y}) = f(\mathbf{x}, \mathbf{y}) / f(\mathbf{y})$ - апостериорная ф.п.р.в.

Формулировка задачи адаптивного оценивания

Требуется найти оптимальную оценку временной стохастической последовательности (в.с.п.) $\mathbf{x}_i = (x_{1i}, \dots, x_{ni})^T$, которая определяется моделью динамической системы

$$\mathbf{x}_i = \Phi_i(\mathbf{x}_{i-1}, \boldsymbol{\theta}_{i-1}, \mathbf{n}_i) \quad (6)$$

где индекс соответствует t_i моменту времени, а n – ее размерность.

Выходом системы являются уравнения измерения для \mathbf{y}_i , размера m

$$\mathbf{y}_i = \mathbf{s}_i(\mathbf{x}_i, \boldsymbol{\theta}_i, \mathbf{v}_i). \quad (7)$$

Задача решается при **недостатке априорных сведений**:

- 1) о математической модели $M(t)$ (6) и (7) – **структурная неопределенность**;
- 2) о l -векторе неизвестных параметров $\boldsymbol{\theta}_i = (\theta_{1i}, \dots, \theta_{li})^T$ – **параметрическая неопред.**

В модели: $\Phi_i(\bullet)$, $\mathbf{s}_i(\bullet)$ – нелинейные вектор-функции, размера n и m ; \mathbf{n}_i , \mathbf{v}_i – независимые между собой и от нач. вектора состояния \mathbf{x}_0 в.с.п., размера d и r .

Если используется модель аддитивных шумов \mathbf{n}_i и \mathbf{v}_i , то:

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_i &= \Phi_i(\mathbf{x}_{i-1}, \boldsymbol{\theta}_{i-1}) + \Gamma_i(\mathbf{x}_{i-1})\mathbf{n}_i; \\ \mathbf{y}_i &= \mathbf{s}_i(\mathbf{x}_i, \boldsymbol{\theta}_i) + \mathbf{v}_i. \end{aligned} \quad (8)$$

Когда система является линейной:

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_i &= \Phi_i \mathbf{x}_{i-1} + \Psi_i \boldsymbol{\theta}_{i-1} + \Gamma_i \mathbf{n}_i, \quad \mathbf{w}_i = \Gamma_i \mathbf{n}_i; \\ \mathbf{y}_i &= \mathbf{H}_i \mathbf{x}_i + \mathbf{O}_i \boldsymbol{\theta}_i + \mathbf{v}_i. \end{aligned} \quad (9)$$

Общее решение задачи адаптивного оценивания

При **байесовском подходе** для решения задачи фильтрации, вычисления $\tilde{\mathbf{x}}(\mathbf{y})$, критерием оптимизации является $J = E[(\mathbf{x} - \tilde{\mathbf{x}}(\mathbf{y}))^T (\mathbf{x} - \tilde{\mathbf{x}}(\mathbf{y}))] = E\|\mathbf{x} - \tilde{\mathbf{x}}(\mathbf{y})\|^2 = \int \int \|\mathbf{x} - \tilde{\mathbf{x}}(\mathbf{y})\|^2 f(\mathbf{x}, \mathbf{y}) d\mathbf{x} d\mathbf{y}$. (10)

При **методе наименьших квадратов** (МНК) для решения задачи фильтрации, вычисления $\tilde{\mathbf{x}}(\mathbf{y})$ критерием оптимизации является $I(\mathbf{x}) = (\mathbf{y} - \mathbf{s}(\mathbf{x}))^T (\mathbf{y} - \mathbf{s}(\mathbf{x})) = \sum_{i=1}^m (y_i - s_i(\mathbf{x}))^2$. (11)

Предполагается, что при наличии структурной неопределенности система представляется конечным числом моделей M^j , соответствующих заданному набору гипотез h^j :
$$M^j \rightarrow h^j, j = \overline{1, J}$$
. (12)

Для каждой гипотезы $j, j = \overline{1, J}$, $\Phi_i, \mathbf{s}_i, \Gamma_i, \mathbf{H}_i$ и Ψ_i являются известными вектор-функциями или матрицами; $\mathbf{n}_i, \mathbf{v}_i$ и $\mathbf{n}_{\theta i}$ — белозумные центрированные гауссовские последовательности.

Наиболее часто в качестве мат. моделей для уточнения вектора θ_i выбирают:

$$\theta_i = \theta_{i-1}; \theta_i = \theta_{i-1} + \mathbf{n}_{\theta i}; \theta_i = \mathbf{g}_i(\theta_{i-1}) + \mathbf{n}_{\theta i}, \quad (13)$$

где $\mathbf{n}_{\theta i}$ — в.с.п. размерности l , а \mathbf{g}_i — в общем случае нелинейная вектор-функция.

Кроме того, для идентификации вектора θ_i используется модель полумарковского процесса.

Схема адаптивного оценивания

Два подхода для решения поставленной адаптивной задачи.

В первой группе алгоритмов адаптации необходимо выбрать гипотезу, которой соответствует максимальное значение апостериорной вероятности

$$P\{M^j / \mathbf{Y}_i\} \rightarrow h^j, j = \overline{1, J} \quad (14)$$

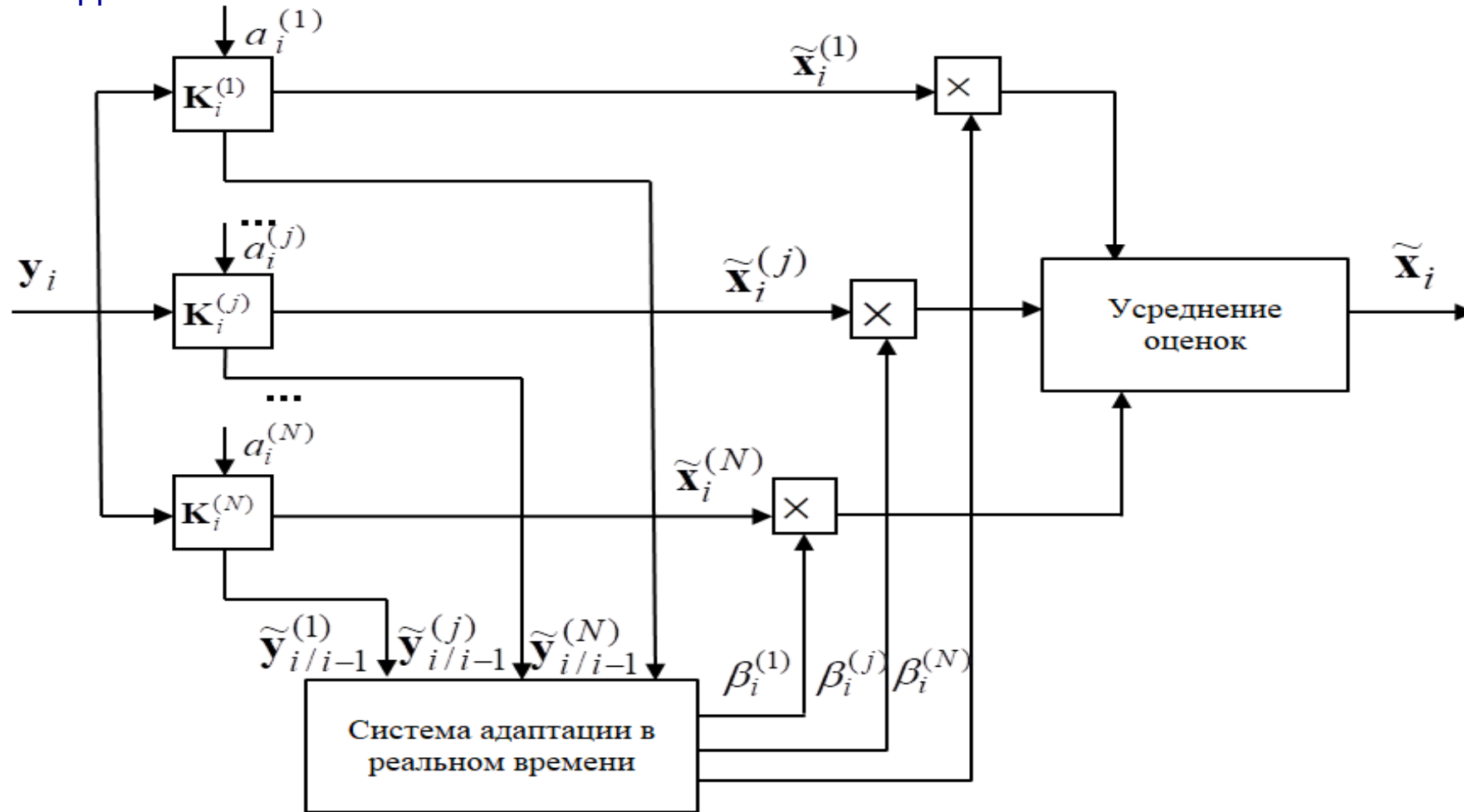
После выбора гипотезы вычисляются оптимальные байесовские оценки векторов $\mathbf{x}_i^j, \boldsymbol{\theta}_i^j$.

Во втором подходе рассчитываются апостериорные вероятности для всех гипотез $h^j, j = \overline{1, J}$.

Оптимальные байесовские оценки векторов $\mathbf{x}_i^j, \boldsymbol{\theta}_i^j$ находятся как сумма взвешенных оценок этих векторов для всех гипотез.

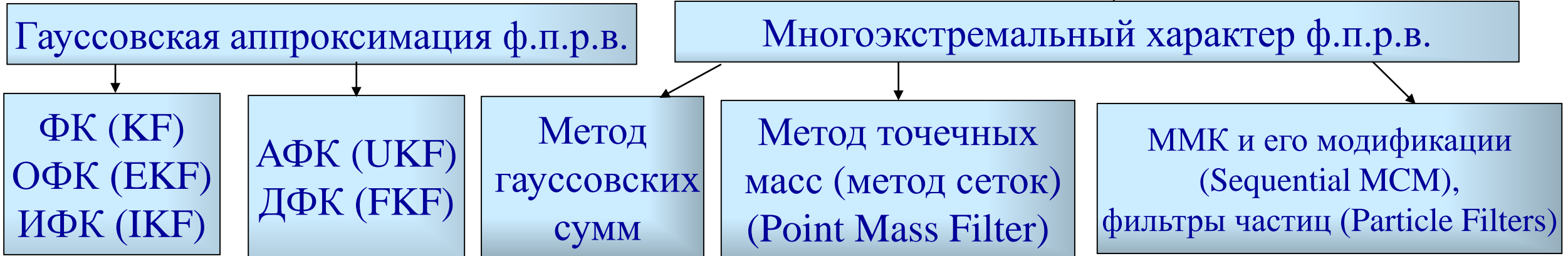
Схема адаптивного оценивания

Применяется блок фильтров, каждый из которых настроен к определенной гипотезе о математической модели, представляющей динамику системы и измерений. Невязки фильтров используются для расчета апостериорных вероятностей гипотез, связанных с различными моделями. Наиболее часто используется традиционный метод на основе банка ФК.



Основные направления современного развития методов оценивания

Традиционные алгоритмы оценивания



Синтетические алгоритмы на основе обучающего множества, классов зависящих от параметров функций и машинного обучения

Нейронные сети

Нечеткие системы

Вейвлеты, полиномы

Гибридные системы

Байесовский подход. Рекуррентное оценивание.

Уравнения динамики и измерений:

$$\mathbf{z}_i = \Phi_i^z(\mathbf{z}_{i-1}) + \Gamma_i^z(\mathbf{z}_{i-1})\mathbf{n}_i^z; \quad \mathbf{y}_i = \mathbf{s}_i(\mathbf{z}_i) + \mathbf{v}_i,$$

$$\text{где } \mathbf{z}_i = \begin{bmatrix} \mathbf{x}_i \\ \boldsymbol{\theta}_i \end{bmatrix}; \quad \Phi_i^z(\mathbf{z}_{i-1}) = \begin{bmatrix} \Phi_i(\mathbf{x}_{i-1}, \boldsymbol{\theta}_{i-1}) \\ \mathbf{g}_i(\boldsymbol{\theta}_{i-1}) \end{bmatrix}; \quad \Gamma_i^z(\mathbf{z}_{i-1}) = \begin{bmatrix} \Gamma_i(\mathbf{x}_{i-1}, \boldsymbol{\theta}_{i-1}) & 0 \\ 0 & \mathbf{E} \end{bmatrix}; \quad \mathbf{n}_i^z = \begin{bmatrix} \mathbf{n}_i \\ \mathbf{n}_{\theta i} \end{bmatrix}. \quad (15)$$

Апостериорная ф.п.р.в. экстраполированных значений \mathbf{x}_i и $\boldsymbol{\theta}_i$ в отсутствие отсчета наблюдения \mathbf{y}_i

$$f(\mathbf{x}_i, \boldsymbol{\theta}_i / \mathbf{Y}_{i-1}) = \int_{-\infty}^{\infty} f[\mathbf{z}_i - \Phi_i^z(\mathbf{z}_{i-1})] f(\mathbf{x}_{i-1}, \boldsymbol{\theta}_{i-1} / \mathbf{Y}_{i-1}) d\mathbf{x}_{i-1} d\boldsymbol{\theta}_{i-1}. \quad (16)$$

Апостериорную ф.п.р.в. $f(\mathbf{x}_i, \boldsymbol{\theta}_i / \mathbf{Y}_i)$ для следующего момента времени t_i после получения отсчета наблюдения \mathbf{y}_i

$$f(\mathbf{x}_i, \boldsymbol{\theta}_i / \mathbf{Y}_i) = C_i^{-1} f[\mathbf{y}_i - \mathbf{s}_i(\mathbf{x}_i, \boldsymbol{\theta}_i)] \int_{-\infty}^{\infty} f[\mathbf{z}_i - \Phi_i^z(\mathbf{z}_{i-1})] \times \\ \times f(\mathbf{x}_{i-1}, \boldsymbol{\theta}_{i-1} / \mathbf{Y}_{i-1}) d\mathbf{x}_{i-1} d\boldsymbol{\theta}_{i-1}. \quad (17)$$

Численная реализация традиционного метода

Метод аппроксимации непрерывной апостериорной плотности $f(\mathbf{x}_i)$ в виде точечных масс на прямоугольной решетке индексов основан на ее представлении с помощью набора дельта-функций:

$$f_i(\mathbf{x}_i) = \sum_{j=1}^{L_i} p_i^j \delta(\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_i^j). \quad (18)$$

Здесь $\delta(\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_i^j)$ – n -мерные дельта-функции; i – момент дискретного времени; \mathbf{x}_i^j – узлы сетки; L_i – общее количество узлов; p_i^j – веса, удовлетворяющие условию нормировки

$$\sum_{j=1}^{L_i} p_i^j = 1; \quad p_i^j = p_i^{*j} / C_i \quad (19)$$

Аппроксимация плотности в виде точечных масс на прямоугольной решетке индексов позволяет легко вычислить оценку и условную матрицу ковариаций с помощью следующих соотношений:

$$\hat{\mathbf{x}}_i \approx \sum_{j=1}^{L_i} p_i^j \mathbf{x}_i^j, \quad \mathbf{P}_i \approx \sum_{j=1}^{L_i} p_i^j \mathbf{x}_i^j (\mathbf{x}_i^j)^T - \hat{\mathbf{x}}_i \hat{\mathbf{x}}_i^T. \quad (20)$$

Вычислительный метод на основе синтетических алгоритмов.

Байесовский подход. Нерекуррентное оценивание.

1) Вводится класс параметрически заданных функций $\tilde{\mathbf{x}}(\mathbf{y}, \tilde{\mathbf{W}})$. (21)

2) Используется имеющееся в наличии обучающее множество $\{(\mathbf{y}^{(j)}, \mathbf{x}^{(j)})\}_{j=1}^N$. (22)

3) Определяется среднеквадратический критерий оптимизации

$$\tilde{J}^*(\tilde{\mathbf{W}}) = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N \left(\mathbf{x}^{(j)} - \tilde{\mathbf{x}}^{(j)}(\mathbf{y}^{(j)}, \tilde{\mathbf{W}}) \right)^T \left(\mathbf{x}^{(j)} - \tilde{\mathbf{x}}^{(j)}(\mathbf{y}^{(j)}, \tilde{\mathbf{W}}) \right), \quad (23)$$

где $\tilde{\mathbf{x}}^{(j)}(\mathbf{y}^{(j)}, \tilde{\mathbf{W}})$ – формируемая оценка.

4) Критерий оптимизируется на основе минимизации эмпирического риска

$$P \left\{ \sup_{\tilde{\mathbf{W}}} \left| J(\tilde{\mathbf{W}}) - \tilde{J}^*(\tilde{\mathbf{W}}) \right| > \varepsilon \right\} \rightarrow 0, \quad \text{при } N \rightarrow \infty, \quad (24)$$

где ε – заданная точность; $J(\tilde{\mathbf{W}}) = M \|\mathbf{x} - \tilde{\mathbf{x}}(\mathbf{y}, \tilde{\mathbf{W}})\|^2$.

5) Минимизация реализуется с помощью нейронных сетей, нечетких систем, вейвлетов и гибридных систем

$$\tilde{\mathbf{x}}^\mu(\mathbf{y}) = \mathbf{K}^\mu(\mathbf{y}, \tilde{\mathbf{W}}), \quad \mu = NN, FS, W, GS, \quad (25)$$

где $\tilde{\mathbf{W}}$ – матрица, отвечающая за параметры синтетических систем; \mathbf{y} – вход синтетических систем;

NN – нейронные сети; FS – нечеткие системы; W – вейвлеты, GS – гибридные системы.

1. Amosov O.S., Amosova S.G. Decomposition synthetic approach for optimum nonlinear estimation. IFAC-PapersOnLine. 2015. Т. 48. № 11. С. 819-824.

2. Амосов О.С., Амосова С.Г. Интеллектуальные технологии совместной навигации и функционирования подвижных объектов в разных физических средах // Информационные технологии. – 2025. – Т.31. № 1. – С. 24–34.

Вычислительный метод на основе синтетических алгоритмов. Байесовский подход. Рекуррентное оценивание

Дано уравнение вида

$$\mathbf{x}_i = \Phi_i(\mathbf{x}_{i-1}) + \mathbf{w}_i, \quad (26)$$

которое задается по проводимым в каждый i -й момент времени m -мерным измерениям, определяемым как

$$\mathbf{y}_i = \mathbf{s}_i(\mathbf{x}_i) + \mathbf{v}_i, \quad (27)$$

где $\Phi_i(\mathbf{x}_{i-1})$ и $\mathbf{s}_i(\mathbf{x}_i)$ – n - и m -мерные векторные функции, в общем случае нелинейные относительно своих аргументов; \mathbf{w}_i и \mathbf{v}_i – n - и m -мерные независимые между собой и от \mathbf{x}_0 случайные последовательности.

$$\text{Шаг прогноза: } \tilde{\mathbf{x}}_{i/i-1} = \Phi_i(\tilde{\mathbf{x}}_{i-1/i-1}^\mu); \quad \tilde{\mathbf{y}}_{i/i-1} = \mathbf{s}_i(\tilde{\mathbf{x}}_{i/i-1}), \quad (28)$$

где $\tilde{\mathbf{x}}_{i/i-1}$, $\tilde{\mathbf{y}}_{i/i-1}$ – прогнозы состояния и измерения; $\tilde{\mathbf{x}}_{i-1/i-1}^\mu$ – оценка состояния на выходе алгоритма, синтезируемого с использованием синтетических систем $\mu = NN, FS, W, GS$.

$$\text{Шаг обновления: } \tilde{\mathbf{x}}_{i/i}^\mu = \mathbf{K}_i^\mu(\tilde{\mathbf{x}}_{i/i-1}, \mathbf{Y}_i, \mathbf{E}_i, \tilde{\mathbf{W}}_i), \quad (29)$$

где $\mathbf{Y}_i = [\mathbf{y}_i^T, \mathbf{y}_{i-1}^T, \dots, \mathbf{y}_{i-n_y}^T]^T$ – вектор, содержащий текущее и прошлые измерения; $\mathbf{E}_i = [\boldsymbol{\varepsilon}_i^T, \boldsymbol{\varepsilon}_{i-1}^T, \dots, \boldsymbol{\varepsilon}_{i-n_\varepsilon}^T]^T$ – вектор, содержащий настоящую и прошлые невязки измерений $\boldsymbol{\varepsilon}_i = \mathbf{y}_i - \tilde{\mathbf{y}}_{i/i-1}$, n_y и n_ε – число предыдущих измерений и невязок измерений соответственно; \mathbf{K}_i^μ – нелинейная функция, построенная с использованием синтетических систем; $\tilde{\mathbf{W}}_i$ – массив коэффициентов синтетических систем.

Вычислительный метод на основе синтетических алгоритмов. При отсутствии обучающего множества

1) Вводим класс параметрически заданных функций $\tilde{\mathbf{x}}(\mathbf{y}, \tilde{\mathbf{W}})$.

2) Отсутствует обучающее множество $\{(\mathbf{y}^{(j)}, \mathbf{x}^{(j)})\}_{j=1}^N$.

3) Среднеквадратический критерий оптимизации

$$\tilde{I}^*(\tilde{\mathbf{W}}) = \{\mathbf{y} - \mathbf{s}[\tilde{\mathbf{x}}(\mathbf{y}, \tilde{\mathbf{W}})]\}^T \{\mathbf{y} - \mathbf{s}[\tilde{\mathbf{x}}(\mathbf{y}, \tilde{\mathbf{W}})]\} = \sum_{i=1}^m \{y_i - s_i[\tilde{\mathbf{x}}(\mathbf{y}, \tilde{\mathbf{W}})]\}^2, \quad (30)$$

где $\tilde{\mathbf{W}}$ - вектор или матрица, определяющая ряд свободных параметров, которые определяют функцию $\tilde{\mathbf{x}}(\mathbf{y}, \tilde{\mathbf{W}})$.

4) Критерий оптимизируется на основе минимизации эмпирического риска

$$P \left\{ \sup_{\tilde{\mathbf{W}}} |I(\tilde{\mathbf{W}}) - \tilde{I}^*(\tilde{\mathbf{W}})| > \varepsilon \right\} \rightarrow 0, \quad \text{при } N \rightarrow \infty, \quad (31)$$

где ε – заданная точность; $I(\tilde{\mathbf{W}}) = M \|\mathbf{y} - \mathbf{s}[\tilde{\mathbf{x}}(\mathbf{y})]\|^2$.

5) Реализация с помощью синтетических систем

$$\tilde{\mathbf{x}}^\mu(\mathbf{y}) = \mathbf{K}^\mu(\mathbf{y}, \tilde{\mathbf{W}}), \quad \mu = NN, FS, W, GS. \quad (32)$$

1. Задача фильтрации

Проанализируем предложенный подход к оцениванию при **байесовском методе**:

- 1) Представляется класс функций $\tilde{\mathbf{x}}(\mathbf{y}, \tilde{\mathbf{W}})$, определяемых параметрически.
- 2) Формируется критерий оптимизации на основе среднеквадратичного отклонения

$$\tilde{J}(\tilde{\mathbf{W}}) = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N \left(\mathbf{x}^{(j)} - \tilde{\mathbf{x}}^{(j)}(\mathbf{y}^{(j)}, \tilde{\mathbf{W}}) \right)^T \left(\mathbf{x}^{(j)} - \tilde{\mathbf{x}}^{(j)}(\mathbf{y}^{(j)}, \tilde{\mathbf{W}}) \right),$$

с учетом обучающего набора данных $\left\{ (\mathbf{y}^{(j)}, \mathbf{x}^{(j)}) \right\}_{j=1}^N$,

где $\tilde{\mathbf{x}}^{(j)}(\mathbf{y}^{(j)}, \tilde{\mathbf{W}})$ – является оценкой, которая формируется.

- 3) Оптимизация критерия осуществляется путем мин. эмпирического риска

$$P \left\{ \sup_{\tilde{\mathbf{W}}} |J(\tilde{\mathbf{W}}) - \tilde{J}(\tilde{\mathbf{W}})| > \varepsilon \right\} \rightarrow 0, \text{ при } N \rightarrow \infty,$$

где ε – обозначает заданную точность; $J(\tilde{\mathbf{W}}) = E \|\mathbf{x} - \tilde{\mathbf{x}}(\mathbf{y}, \tilde{\mathbf{W}})\|^2$.

- 4) Для процесса минимизации критерия задействован нейросетевой алгоритм, использующий нейронную сеть для выполнения преобразования $\tilde{\mathbf{x}}^{NN}(\mathbf{y}) = \mathbf{K}^{NN}(\mathbf{y}, \tilde{\mathbf{W}})$.

- 5) В итоге находится $\tilde{\mathbf{W}}^*$, минимизирующая критерий. На основе полученного измерения \mathbf{y} вычисляется значение оценки $\tilde{\mathbf{x}}^{NN}(\mathbf{y})$.

Рассмотрим решение данной задачи оценивания с использованием нейросетевых систем в рамках **МНК**. Это решение способно обеспечить эффективную работу нейросетевых алгоритмов в режиме онлайн.

1) Аналогичный этап, как в байесовском методе.

2) Отличается от байесовского тем, что отсутствует набор данных в виде пар $\{(\mathbf{y}^{(j)}, \mathbf{x}^{(j)})\}_{j=1}^W$, но имеется функция $\mathbf{s}(\mathbf{x})$, по которой производится расчет среднеквадратического критерия

Здесь $\tilde{\mathbf{x}}(\mathbf{y}, \tilde{\mathbf{W}})$ – является оценкой, которая формируется. Следует отметить, что в данном случае возможно использования набора данных $\{\mathbf{y}^{(j)}\}_{j=1}^N$ для расчета критерия

$$\tilde{I}(\tilde{\mathbf{W}}) = \{\mathbf{y} - \mathbf{s}[\tilde{\mathbf{x}}(\mathbf{y}, \tilde{\mathbf{W}})]\}^T \{\mathbf{y} - \mathbf{s}[\tilde{\mathbf{x}}(\mathbf{y}, \tilde{\mathbf{W}})]\} = \sum_{i=1}^m \{y_i - s_i[\tilde{\mathbf{x}}(\mathbf{y}, \tilde{\mathbf{W}})]\}^2,$$

3) Оптимизация критерия осуществляется путем минимизации эмпирического риска

$$P \left\{ \sup_{\tilde{\mathbf{W}}} |I(\tilde{\mathbf{W}}) - \tilde{I}(\tilde{\mathbf{W}})| > \varepsilon \right\} \rightarrow 0, \text{ при } N \rightarrow \infty,$$

где ε – обозначает заданную точность; $I(\tilde{\mathbf{W}}) = E \|\mathbf{y} - \mathbf{s}[\tilde{\mathbf{x}}(\mathbf{y})]\|^2$.

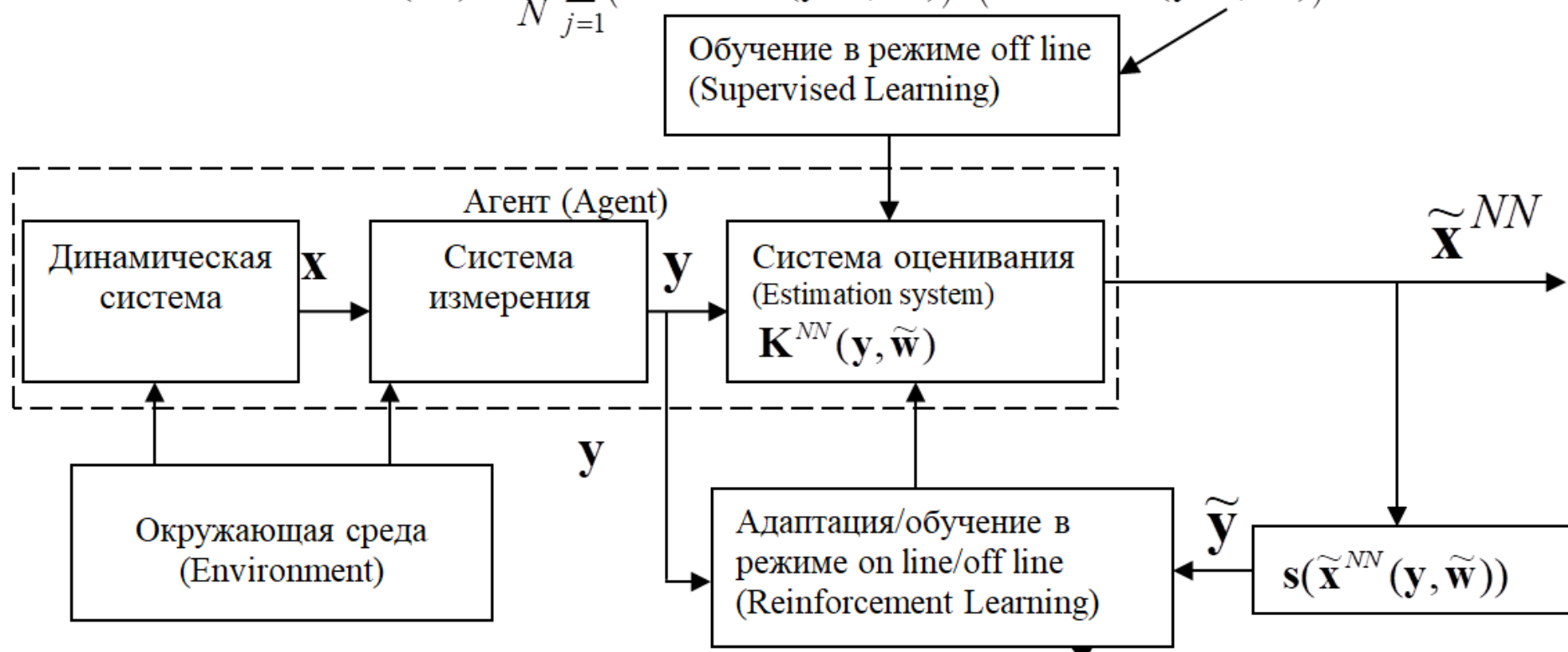
4) Для процесса минимизации критерия, задействован нейросетевой алгоритм, как и в случае байесовского подхода

$$\tilde{\mathbf{x}}^{NN}(\mathbf{y}) = \mathbf{K}^{NN}(\mathbf{y}, \tilde{\mathbf{W}})$$

5) По завершению обучения системы в реальном времени, значение оценки определяется на основе входящего измерения \mathbf{y} , используя формулу $\tilde{\mathbf{x}}^{NN}(\mathbf{y}) = \mathbf{K}^{NN}(\mathbf{y}, \tilde{\mathbf{W}})$.

Адаптация на основе машинного обучения с подкреплением

$$\tilde{J}(\tilde{\mathbf{W}}) = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N \left(\mathbf{x}^{(j)} - \tilde{\mathbf{x}}^{(j)}(\mathbf{y}^{(j)}, \tilde{\mathbf{W}}) \right)^T \left(\mathbf{x}^{(j)} - \tilde{\mathbf{x}}^{(j)}(\mathbf{y}^{(j)}, \tilde{\mathbf{W}}) \right)$$



Критерий (Reward)

$$\tilde{I}(\tilde{\mathbf{W}}) = \{\mathbf{y} - \mathbf{s}[\tilde{\mathbf{x}}(\mathbf{y}, \tilde{\mathbf{W}})]\}^T \{\mathbf{y} - \mathbf{s}[\tilde{\mathbf{x}}(\mathbf{y}, \tilde{\mathbf{W}})]\} = \sum_{i=1}^m \{y_i - s_i[\tilde{\mathbf{x}}(\mathbf{y}, \tilde{\mathbf{W}})]\}^2$$

Амосов О.С., Амосова С.Г. Машинное обучение с подкреплением для задач оптимального и адаптивного оценивания в навигационных приложениях // В сб.: XXIX Санкт-Петербургская межд. конференция по интегрированным навигационным системам. Санкт-Петербург, 2022. С. 300–303.

Почему выбраны нейронные сети, вейвлеты, нечеткие и гибридные системы?

1. Традиционные байесовские методы требуют исчерпывающей априорной информации и требуют предварительную **идентификацию сигналов и помех**.
2. Синтетические алгоритмы сочетают в себе гибкость и обучаемость НС, возможности компактного описания сигналов в частотной и временной областях, присущее вейвлетам, и возможность построения прозрачных правил вывода решений на основе аппарата нечеткой логики.
3. В рамках этого направления **не предполагается решение задачи идентификации сигналов и погрешностей их измерения**, а сразу решается задача построения фильтра.
4. Достоинством этих систем является возможность реализации нелинейных алгоритмов и способность к обучению в РВ, что позволяет реализовать адаптивные алгоритмы.
5. Еще одним достоинством НС является их успешное применение для прогнозирования временных рядов, что важно при комплексировании измерений от разнородных источников навигационных данных. Для задачи прогнозирования хорошо зарекомендовали сети LSTM (Long Short-Term Memory). Из новых тенденций необходимо отметить трансформеры.

Синтез нейросетевых алгоритмов

В качестве параметризованной функции $\tilde{\mathbf{x}}(\mathbf{y}, \tilde{\mathbf{W}})$ используется следующая НС

$$\tilde{\mathbf{x}}^{NN}(\mathbf{y}) = \mathbf{K}^{NN}(\mathbf{y}, \mathbf{W}). \quad (33)$$

Для ее обучения используется критерий

$$\mathbf{W}^* : J(\mathbf{W}^*) = \min_{\tilde{\mathbf{W}}} \frac{1}{n_{tr}} \sum_{j=1}^{n_{tr}} \left\| \mathbf{x}^{(j)} - \mathbf{K}^{NN}(\mathbf{y}^{(j)}, \mathbf{W}) \right\|^2, \quad (34)$$

где $\mathbf{y}^{(j)}, \mathbf{x}^{(j)}, j = \overline{1, n_{tr}}$ - независимые реализации с ф.п.р.в. $f(\mathbf{x}, \mathbf{y})$.

Решение: нелинейная нейросетевая оценка

$$\tilde{\mathbf{x}}^{NN} = \mathbf{K}^{NN}(\mathbf{y}, \mathbf{W}^*). \quad (35)$$

Задачи: синтез структуры НС;
выбор алгоритма обучения.

$$\hat{\mathbf{x}}^{lin}(\mathbf{y}) = \bar{\mathbf{x}} + \mathbf{K}[\mathbf{y} - \bar{\mathbf{y}}], \quad (38)$$

$$\mathbf{K} = \mathbf{P}_{\mathbf{xy}} \mathbf{P}_{\mathbf{yy}}^{-1},$$

$$\mathbf{P}^{lin} = \mathbf{G}^{lin} = \mathbf{P}_{\mathbf{xx}} - \mathbf{P}_{\mathbf{xy}} \mathbf{P}_{\mathbf{yy}}^{-1} \mathbf{P}_{\mathbf{yx}}. \quad (39)$$

$$\bar{\mathbf{y}} = \int \mathbf{s}(\mathbf{x}) f(\mathbf{x}) d\mathbf{x}, \quad (40)$$

$$\mathbf{P}_{\mathbf{yy}} = \int \mathbf{s}(\mathbf{x}) \mathbf{s}(\mathbf{x})^T f(\mathbf{x}) d\mathbf{x} - \bar{\mathbf{y}} \bar{\mathbf{y}}^T + \mathbf{P}_{\mathbf{v}}, \quad (41)$$

$$\mathbf{P}_{\mathbf{xy}} = \int \mathbf{x} \mathbf{s}(\mathbf{x})^T f(\mathbf{x}) d\mathbf{x}. \quad (42)$$

Линейная нейросетевая оценка

$$\hat{\mathbf{x}}^{NN} = \mathbf{K}^{NN} (\mathbf{y}, \tilde{\mathbf{W}}) = \mathbf{w}_0 + \mathbf{W}\mathbf{y}. \quad (43)$$

Можно показать, что линейная нейросетевая оценка определяется как

$$\hat{\mathbf{x}}^{NN} (\mathbf{y}, \tilde{\mathbf{W}}) = \bar{\mathbf{x}}^* + \mathbf{K}[\mathbf{y} - \bar{y}^*], \quad \mathbf{K} = \mathbf{P}_{\mathbf{x}\mathbf{y}}^* \left(\mathbf{P}_{\mathbf{y}\mathbf{y}}^* \right)^{-1}. \quad (44)$$

где $\bar{\mathbf{x}}$, \bar{y}^* , $\mathbf{P}_{\mathbf{y}\mathbf{y}}^*$, $\mathbf{P}_{\mathbf{x}\mathbf{y}}^*$

являются выборочными значениями математических ожиданий и соответствующих матриц ковариаций, например

$$\bar{\mathbf{x}}^* = \frac{1}{n_2} \sum_{j=1}^{n_2} \mathbf{x}^{(j)}. \quad (45)$$

Утверждение 1

Если имеется набор данных (обучающая выборка)

$$\{(\mathbf{y}^{(j)}, \mathbf{x}^{(j)})\}, j = \overline{1, n_o}, \quad (46)$$

в котором пары $\mathbf{y}^{(j)}, \mathbf{x}^{(j)}, j = \overline{1, n_o}$, согласованы, в том смысле, что они представляют независимые между собой реализации случайного составного вектора $\mathbf{z} = [\mathbf{x}^T \ \mathbf{y}^T]^T$ с ф.п.р.в. $f(\mathbf{x}, \mathbf{y})$,

то линейная нейронная сеть

$$\hat{\mathbf{x}}^{\text{HC}}(\mathbf{y}, \tilde{\mathbf{W}}) = \mathbf{w}_0 + \mathbf{W}\mathbf{y}, \quad (47)$$

при выборе для ее обучения с учителем в качестве критерия обучения функции

$$\tilde{J}^*(\tilde{\mathbf{W}}) = \frac{1}{n_o} \sum_{j=1}^{n_o} \left\| \mathbf{x}^{(j)} - \hat{\mathbf{x}}^{\text{HC}(j)}(\mathbf{y}^{(j)}, \tilde{\mathbf{W}}) \right\|^2 \quad (48)$$

обеспечивает при увеличении числа используемых для обучения реализаций n_o получение оценок, близких по своим свойствам к оценкам, получаемым с помощью байесовского алгоритма, оптимального в классе линейных алгоритмов:

$$\hat{\mathbf{x}}^{\text{HC}}(\mathbf{y}, \tilde{\mathbf{W}}) = \bar{\mathbf{x}}^* + \mathbf{P}_{\mathbf{xy}}^* \left(\mathbf{P}_{\mathbf{yy}}^* \right)^{-1} [\mathbf{y} - \bar{\mathbf{y}}^*], \quad (49)$$

где $\bar{\mathbf{x}}^* = \mathbf{m}_{\mathbf{x}}^*$; $\bar{\mathbf{y}}^* = \mathbf{m}_{\mathbf{y}}^*$; $\mathbf{P}_{\mathbf{yy}}^*$, $\mathbf{P}_{\mathbf{xy}}^*$ представляют собой выборочные значения математических ожиданий и соответствующих матриц ковариаций.

Это позволяет трактовать оптимальный в линейном классе алгоритм как нейронную сеть, обучаемую в соответствии с приведенным критерием.

Утверждение 2

Если известно, что уравнение измерений имеет вид

$$\mathbf{y} = \mathbf{H}\mathbf{x} + \mathbf{v} \quad (50)$$

при отсутствии априорной информации о матрице измерений \mathbf{H} и шумах измерения \mathbf{v} , и имеется набор данных (обучающая выборка)

$$\{(\mathbf{y}^{(j)}, \mathbf{x}^{(j)})\}, j = \overline{1..n_o}, \quad (51)$$

в котором пары $\mathbf{y}^{(j)}, \mathbf{x}^{(j)}, j = \overline{1..n_o}$, согласованы, в том смысле, что они представляют независимые между собой реализации случайного составного вектора $\mathbf{z} = [\mathbf{x}^T \quad \mathbf{y}^T]^T$ с ф.п.р.в. $f(\mathbf{x}, \mathbf{y})$, то линейная нейронная сеть

$$\tilde{\mathbf{y}}^{\text{HC}}(\mathbf{x}, \tilde{\mathbf{H}}^{\text{HC}}) = \mathbf{h}_0^{\text{HC}} + \mathbf{H}^{\text{HC}}\mathbf{x} \quad (52)$$

при выборе для ее обучения с учителем в качестве критерия обучения функции

$$J(\tilde{\mathbf{H}}^{\text{HC}}) = \frac{1}{n_o} \sum_{j=1}^{n_o} \left\| \mathbf{y}^{(j)} - \tilde{\mathbf{y}}^{\text{HC}(j)}(\mathbf{x}^{(j)}, \tilde{\mathbf{H}}^{\text{HC}}) \right\|^2 \quad (53)$$

обеспечивает при увеличении числа используемых для обучения реализаций n_o идентификацию матрицы измерения \mathbf{H} и характеристик шумов измерения \mathbf{v} в виде

$$(\mathbf{H}^{\text{HC}})^T = (\mathbf{P}_{\mathbf{xx}}^*)^{-1} \mathbf{P}_{\mathbf{xy}}^*; \quad \mathbf{P}_{\mathbf{vv}}^* = \mathbf{P}_{\mathbf{yy}}^* - \mathbf{H}^{\text{HC}} \mathbf{P}_{\mathbf{xx}}^* (\mathbf{H}^{\text{HC}})^T \quad (54)$$

где $\mathbf{P}_{\mathbf{xx}}^*$, $\mathbf{P}_{\mathbf{xy}}^*$ и $\mathbf{P}_{\mathbf{yy}}^*$ представляют собой выборочные значения соответствующих матриц ковариаций.

Утверждение 3

Если считаются известными уравнения динамики и измерений в виде

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_i &= \mathbf{\Phi}_i \mathbf{x}_{i-1} + \mathbf{n}_i; \\ \mathbf{y}_i &= \mathbf{H}_i \mathbf{x}_i + \mathbf{v}_i, \end{aligned} \quad (55)$$

без задания априорной информации о свойствах возмущений \mathbf{n}_i , \mathbf{v}_i и имеется n_o независимых между собой реализаций случайных векторов $\{(\mathbf{x}_0^{(j)}), \mathbf{Y}_i^{(j)}, \mathbf{X}_i^{(j)}\}$, $j = \overline{1, n_o}$ с ф.п.р.в. $f(\mathbf{x}_0, \mathbf{X}_i, \mathbf{Y}_i)$, то линейная рекуррентная нейронная сеть

$$\hat{\mathbf{x}}_i^{\text{HC}}(\mathbf{z}_i, \tilde{\mathbf{W}}_i) = \mathbf{w}_{0i} + \mathbf{W}_i \mathbf{z}_i, \quad \mathbf{z}_i = [z_{1i}, \dots, z_{qi}]^T \equiv \left[\left(\hat{\mathbf{x}}_{i/i-1}^{\text{HC}} \right)^T, \left(\boldsymbol{\varepsilon}_i^{\text{HC}} \right)^T \right]^T \quad (56)$$

при выборе для ее обучения с учителем в качестве критерия обучения на шаге i функции

$$J_i(\tilde{\mathbf{W}}_i) = \frac{1}{n_o} \sum_{j=1}^{n_o} \left\| \mathbf{x}_i^{(j)} - \hat{\mathbf{x}}_i^{\text{HC}(j)}(\mathbf{z}_i^{(j)}, \tilde{\mathbf{W}}_i) \right\|^2 \quad (57)$$

обеспечивает оптимальную текущую оценку $\hat{\mathbf{x}}_i^{\text{HC}}$, которая описывается рекуррентным соотношением

$$\hat{\mathbf{x}}_i^{\text{HC}} = \hat{\mathbf{x}}_{i/i-1}^{\text{HC}} + \mathbf{K}_i^* (\mathbf{y}_i - \mathbf{H}_i \hat{\mathbf{x}}_{i/i-1}^{\text{HC}}), \quad i = 1, 2, \dots, \quad (58)$$

где $\hat{\mathbf{x}}_{i/i-1}^{\text{HC}} = \mathbf{\Phi}_i \hat{\mathbf{x}}_{i-1}^{\text{HC}}(\mathbf{z}_{i-1}, \tilde{\mathbf{W}}_{i-1})$, и при увеличении числа используемых для обучения реализаций n_o будет стремиться к оптимальной оценке фильтра Калмана;

$$\mathbf{K}_i^* = \mathbf{P}_{i/i-1}^* \mathbf{H}_i^T (\mathbf{H}_i \mathbf{P}_{i/i-1}^* \mathbf{H}_i^T + \mathbf{R}_i^*)^{-1}, \quad (59)$$

где

$$\mathbf{P}_{i/i-1}^* = \mathbf{\Phi}_i \mathbf{P}_{i-1}^* \mathbf{\Phi}_i^T + \mathbf{Q}_i^*; \quad \mathbf{Q}_i^* = \frac{1}{n_o} \sum_{j=1}^{n_o} \left\| (\mathbf{x}_i^{(j)} - \mathbf{\Phi}_i \mathbf{x}_{i-1}^{(j)}) \right\|^2; \quad \mathbf{R}_i^* = \frac{1}{n_o} \sum_{j=1}^{n_o} \left\| (\mathbf{y}_i^{(j)} - \mathbf{H}_i \mathbf{x}_i^{(j)}) \right\|^2 \quad (60)$$

– выборочные значения матриц ковариаций.

Рекуррентный фильтр Калмана можно трактовать как обученный «с учителем» в соответствии с описанной процедурой нейросетевой алгоритм.

Утверждение 4

Если считаются известными уравнения динамики и измерений в виде

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_i &= \Phi_i(\mathbf{x}_{i-1}) + \mathbf{n}_i, \\ \mathbf{y}_i &= \mathbf{s}_i(\mathbf{x}_i) + \mathbf{v}_i. \end{aligned} \quad (61)$$

без задания априорной информации о свойствах возмущений \mathbf{n}_i , \mathbf{v}_i и имеется n_o независимых между собой реализаций случайных векторов $\{(\mathbf{x}_0^{(j)}), \mathbf{Y}_i^{(j)}, \mathbf{X}_i^{(j)}\}$, $j = \overline{1, n_o}$ с ф.п.р.в. $f(\mathbf{x}_0, \mathbf{X}_i, \mathbf{Y}_i)$, то рекуррентная нейронная сеть

$$\hat{\mathbf{x}}_i^{\text{HC}}(\mathbf{z}_i, \tilde{\mathbf{W}}_i) = \mathbf{w}_{0i} + \mathbf{W}_i \mathbf{z}_i, \quad (62)$$

$$\mathbf{z}_i = [z_{1i}, \dots, z_{qi}]^T \equiv \left[\left(\hat{\mathbf{x}}_{i/i-1}^{\text{HC}} \right)^T, \left(\boldsymbol{\varepsilon}_i^{\text{HC}} \right)^T \right]^T \quad (63)$$

при выборе для ее обучения с учителем в качестве критерия обучения на шаге i функции

$$J_i(\tilde{\mathbf{W}}_i) = \frac{1}{n_o} \sum_{j=1}^{n_o} \left\| \mathbf{x}_i^{(j)} - \hat{\mathbf{x}}_i^{\text{HC}(j)}(\mathbf{z}_i^{(j)}, \tilde{\mathbf{W}}_i) \right\|^2 \quad (64)$$

обеспечивает оптимальную текущую оценку $\hat{\mathbf{x}}_i^{\text{HC}}$, которая описывается рекуррентным соотношением

$$\hat{\mathbf{x}}_i^{\text{HC}} = \hat{\mathbf{x}}_{i/i-1}^{\text{HC}} + \mathbf{K}_i^* [\mathbf{y}_i - \mathbf{s}_i(\hat{\mathbf{x}}_{i/i-1}^{\text{HC}})], \quad i = 1, 2, \dots, \quad (65)$$

где $\hat{\mathbf{x}}_{i/i-1}^{\text{HC}} = \Phi_i[\hat{\mathbf{x}}_{i-1}^{\text{HC}}(\mathbf{z}_{i-1}, \tilde{\mathbf{W}}_{i-1})]$, и при увеличении числа используемых для обучения реализаций n_o будет стремиться к оптимальной оценке расширенного фильтра Калмана;

$$\mathbf{K}_i^* = \mathbf{P}_{i/i-1}^* \mathbf{H}_{\mathbf{x}i}^T (\mathbf{H}_{\mathbf{x}i} \mathbf{P}_{i/i-1}^* \mathbf{H}_{\mathbf{x}i}^T + \mathbf{R}_i^*)^{-1}, \quad (66)$$

где

$$\mathbf{P}_{i/i-1}^* = \Phi_{\mathbf{x}i} \mathbf{P}_{i-1}^* \Phi_{\mathbf{x}i}^T + \mathbf{Q}_i^*; \quad \mathbf{Q}_i^* = \frac{1}{n_o} \sum_{j=1}^{n_o} \left\| [\mathbf{x}_i^{(j)} - \Phi_i(\mathbf{x}_{i-1}^{(j)})] \right\|^2; \quad \mathbf{R}_i^* = \frac{1}{n_o} \sum_{j=1}^{n_o} \left\| [\mathbf{y}_i^{(j)} - \mathbf{s}_i(\mathbf{x}_i^{(j)})] \right\|^2 \quad (67)$$

– выборочные значения матриц ковариаций.

Рекуррентный расширенный фильтр Калмана можно трактовать как обученный «с учителем» в соответствии с описанной процедурой нейросетевой алгоритм.

Сопоставление ФК и НС

Характер априорной информации, используемой в ФК и нейросетевом алгоритме

| Характер априорной информации | Тип алгоритма | |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------|-----------------------|
| | Фильтр Калмана | Нейросетевой алгоритм |
| Уравнения динамики и измерений | да | да |
| <u>Ф.п.р.в.</u> $f(\mathbf{x}_0, \mathbf{X}_i, \mathbf{Y}_i)$ | да | нет |
| Реализации $\{\mathbf{x}_0^{(j)}, \mathbf{y}_1^{(j)}, \mathbf{x}_1^{(j)}, \dots, \mathbf{y}_i^{(j)}, \mathbf{x}_i^{(j)}\}, j = \overline{1..n_0}$, соответствующие $f(\mathbf{x}_0, \mathbf{X}_i, \mathbf{Y}_i)$ | нет | да |

Утверждение 5

Если имеется набор данных (обучающая выборка)

$$\{(\mathbf{y}^{(j)}, \mathbf{x}^{(j)})\}, j = \overline{1..n_o}, \quad (68)$$

в котором пары $\mathbf{y}^{(j)}, \mathbf{x}^{(j)}, j = \overline{1..n_o}$, представляют независимые между собой реализации случайного составного вектора $\mathbf{z} = [\mathbf{x}^T \ \mathbf{y}^T]^T$ с ф.п.р.в. $f(\mathbf{x}, \mathbf{y})$, $\mathbf{x} \equiv \mathbf{x}_i$, $\mathbf{y} \equiv \mathbf{Y}_i \equiv [\mathbf{y}_1^T, \dots, \mathbf{y}_{i-1}^T, \mathbf{y}_i^T]^T$, то сверточная НС с размерностью ядра c , равной размерности вектора измерений k

$$\tilde{\mathbf{x}}^{\text{CNN}}(\mathbf{y}, \tilde{\mathbf{W}}) = \mathbf{w}_0 + \mathbf{W}\mathbf{y}, \quad (69)$$

при выборе для ее обучения с учителем в качестве критерия обучения функции

$$\tilde{J}^*(\tilde{\mathbf{W}}) = \frac{1}{n_o} \sum_{j=1}^{n_o} \|\mathbf{x}^{(j)} - \tilde{\mathbf{x}}^{\text{CNN}(j)}(\mathbf{y}^{(j)}, \tilde{\mathbf{W}})\|^2 \quad (79)$$

обеспечивает при увеличении числа используемых для обучения реализаций n_o получение оценок, близких по своим свойствам к оценкам, получаемым с помощью байесовского алгоритма, оптимального в классе линейных алгоритмов:

$$\tilde{\mathbf{x}}^{\text{CNN}}(\mathbf{y}, \tilde{\mathbf{W}}) = \bar{\mathbf{x}}^* + \mathbf{P}_{\mathbf{y}\mathbf{y}}^* (\mathbf{P}_{\mathbf{y}\mathbf{y}}^*)^{-1} [\mathbf{y} - \bar{\mathbf{y}}^*], \quad (71)$$

где $\bar{\mathbf{x}}^* = \mathbf{m}_{\mathbf{x}}^*$; $\bar{\mathbf{y}}^* = \mathbf{m}_{\mathbf{y}}^*$; $\mathbf{P}_{\mathbf{y}\mathbf{y}}^*$, $\mathbf{P}_{\mathbf{x}\mathbf{y}}^*$ представляют собой выборочные значения математических ожиданий и соответствующих матриц ковариаций.

Фильтр с растущей памятью. Утверждение позволяет трактовать указанную сверточную НС, обучаемую в соответствии с приведенным критерием, как оптимальный линейный нерекуррентный байесовский алгоритм.

Утверждение 6

Если имеется набор данных (обучающая выборка)

$$\{(\mathbf{y}^{(j)}, \mathbf{x}^{(j)})\}, j = \overline{1, n_o}, \quad (72)$$

в котором пары $\mathbf{y}^{(j)}, \mathbf{x}^{(j)}, j = \overline{1, n_o}$, представляют независимые между собой реализации случайного составного вектора $\mathbf{z} = [\mathbf{x}^T \ \mathbf{y}^T]^T$ с ф.п.р.в. $f(\mathbf{x}, \mathbf{y})$, $\mathbf{x} \equiv \mathbf{x}_i$, $\mathbf{y} \equiv \mathbf{Y}_{i_1}^i \equiv [\mathbf{y}_{i_1}^T, \dots, \mathbf{y}_{i-1}^T, \mathbf{y}_i^T]^T$, $i_1 = i - c + 1, c < i$, то сверточная НС с размерностью ядра C , меньшей размерности вектора измерений k

$$\tilde{\mathbf{x}}^{\text{CNN}}(\mathbf{y}, \tilde{\mathbf{W}}) = \mathbf{w}_0 + \mathbf{W}\mathbf{y}, \quad (73)$$

при выборе для ее обучения с учителем в качестве критерия обучения функции

$$\tilde{J}^*(\tilde{\mathbf{W}}) = \frac{1}{n_o} \sum_{j=1}^{n_o} \|\mathbf{x}^{(j)} - \tilde{\mathbf{x}}^{\text{CNN}(j)}(\mathbf{y}^{(j)}, \tilde{\mathbf{W}})\|^2 \quad (74)$$

обеспечивает при увеличении числа используемых для обучения реализаций n_o получение оценок, близких по своим свойствам к оценкам, получаемым с помощью байесовского линейного алгоритма, в котором используется не весь набор измерений с 1 по i , а набор или окно измерений от $i_1 = i - c + 1, c < i$ до i , включающий c -последних измерений:

$$\tilde{\mathbf{x}}^{\text{CNN}}(\mathbf{y}, \tilde{\mathbf{W}}) = \bar{\mathbf{x}}^* + \mathbf{P}_{\mathbf{xy}}^* (\mathbf{P}_{\mathbf{yy}}^*)^{-1} [\mathbf{y} - \bar{\mathbf{y}}^*], \quad (75)$$

где $\bar{\mathbf{x}}^* = \mathbf{m}_{\mathbf{x}}^*$; $\bar{\mathbf{y}}^* = \mathbf{m}_{\mathbf{y}}^*$; $\mathbf{P}_{\mathbf{yy}}^*$, $\mathbf{P}_{\mathbf{xy}}^*$ представляют собой выборочные значения математических ожиданий и соответствующих матриц ковариаций.

Фильтр с ограниченной памятью. Утверждение позволяет трактовать указанную сверточную НС, обучаемую в соответствии с приведенным критерием, как субоптимальный линейный нерекуррентный байесовский алгоритм, в котором используются c -последних измерений.

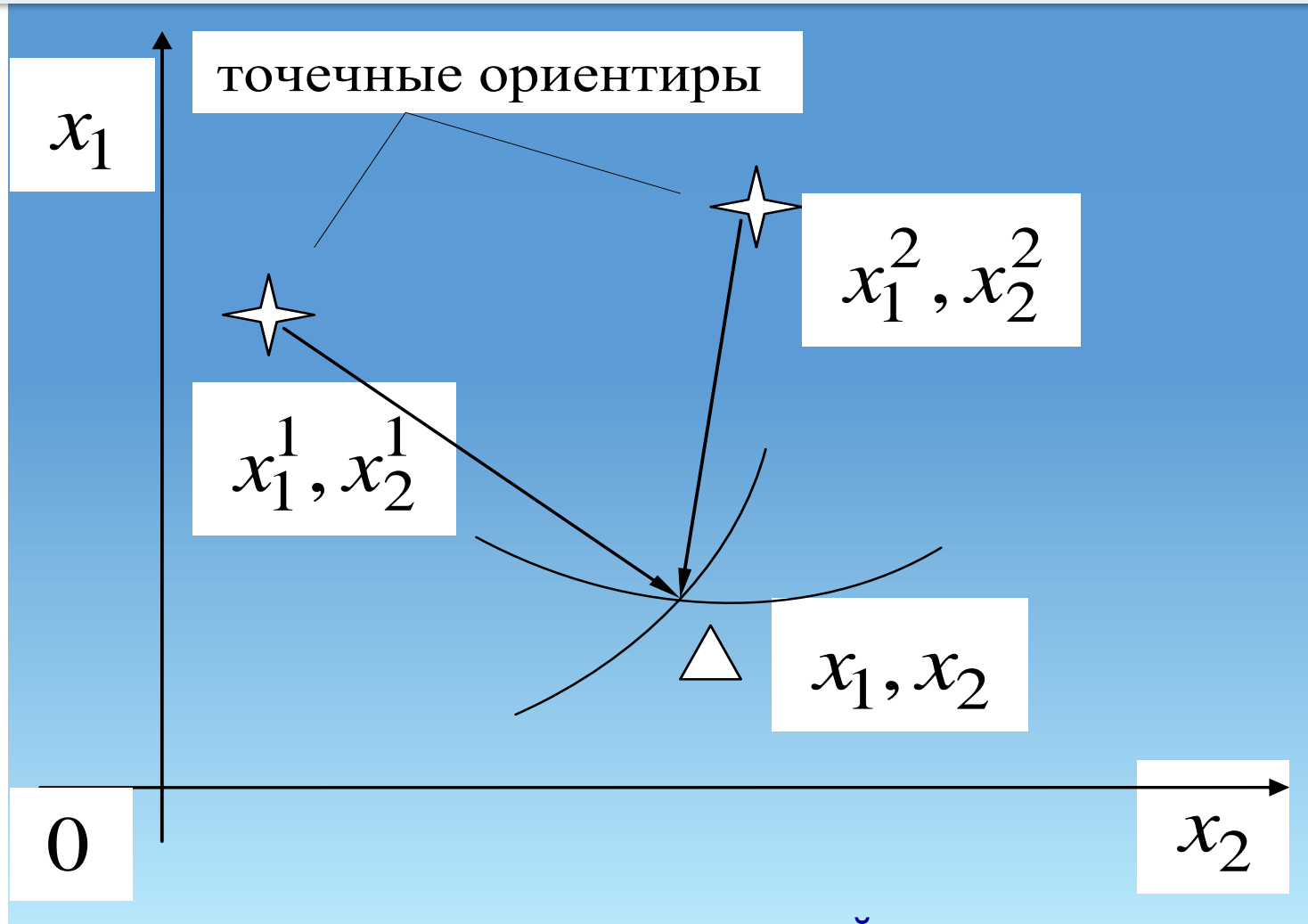
Вычисление нелинейных оптимальных оценок
и условной матрицы ковариаций

$$\hat{\mathbf{x}}(\mathbf{y}) \approx \frac{\sum_{j=1}^{n_1} \mathbf{x}^{(j)} f(\mathbf{y} / \mathbf{x}^{(j)})}{\sum_{j=1}^{n_1} f(\mathbf{y} / \mathbf{x}^{(j)})}, \quad \mathbf{P}_{\mathbf{x}}(\mathbf{y}) \hat{\mathbf{x}}(\mathbf{y}) \quad (76)$$

$$\mathbf{P}_{\mathbf{x}}(\mathbf{y}) = \frac{\sum_{j=1}^{n_1} \mathbf{x}^{(j)} [\mathbf{x}^{(j)}]^T f(\mathbf{y} / \mathbf{x}^{(j)})}{\sum_{j=1}^{n_1} f(\mathbf{y} / \mathbf{x}^{(j)})} - \hat{\mathbf{x}}(\mathbf{y}) \hat{\mathbf{x}}(\mathbf{y})^T. \quad (77)$$

где $\mathbf{x}^{(j)}$, $j = \overline{1..n_1}$ - независимые реализации с ф.п.р.в. $f(\mathbf{x})$;
 $f(\mathbf{y} / \mathbf{x}^{(j)})$ - условная ф.п.р.в. измерений.

Применение к задаче навигации, использующей эталонные маяки



Навигация с использованием измерений до двух точечных ориентиров

Stepanov O.A., Amosov O.S. The Comparison of the Monte-Carlo Method and Neural Networks Algorithms in Nonlinear Estimation Problems // 9th IFAC Workshop "Adaptation and Learning in Control and Signal Processing", ALCOSP'2007. (IFAC-PapersOnline). Saint Petersburg, 2007. Vol. 9. Iss. PART 1. P. 392–397.

Пример нелинейной задачи

Необходимо оценить $\mathbf{x} = (x_1, x_2)^T$ по нелинейным измерениям
 $\mathbf{y} = (y_1, y_2)^T$ до двух точечных ориентиров

$$\mathbf{x}^1 = (x_1^1 = 3000 \text{ м}, x_2^1 = 0 \text{ м})^T, \quad \mathbf{x}^2 = (x_1^2 = 0 \text{ м}, x_2^2 = 3000 \text{ м})^T$$

с использованием одной, двух и более пар (k) измерений

$$y_k^i = s_k^i(x) + v_k^i = \sqrt{(x_1 - x_1^i)^2 + (x_2 - x_2^i)^2} + v_k^i, \quad i = \overline{1,2},$$
$$\mathbf{x} \sim N\left(0, \begin{bmatrix} \sigma_0^2 & 0 \\ 0 & \sigma_0^2 \end{bmatrix}\right), \quad \sigma_0 = \text{var}, \quad v_i \sim N(0, r^2), \quad r = 30 \text{ м}. \quad (78)$$

Число реализаций:

для метода Монте-Карло и для обучения ИНС равно 3000;

для тестирования – 300.

Вычисление линейных оптимальных оценок с помощью метода Монте-Карло:

Задача состоит в том, чтобы найти

$$\bar{\mathbf{y}}, \mathbf{P}_{\mathbf{x}\mathbf{y}}, \mathbf{P}_{\mathbf{y}\mathbf{y}}.$$

Для $\bar{\mathbf{x}} = \mathbf{0}, \bar{\mathbf{v}} = \mathbf{0}$

$$\bar{\mathbf{y}} \approx \frac{1}{n_1} \sum_{j=1}^{n_1} \mathbf{s}(\mathbf{x}^{(j)}), \quad (79)$$

$$\mathbf{P}_{\mathbf{x}\mathbf{y}} \approx \frac{1}{n_1} \sum_{j=1}^{n_1} \mathbf{x}^{(j)} \mathbf{s}(\mathbf{x}^{(j)})^T - \bar{\mathbf{x}} \bar{\mathbf{y}}^T, \quad (80)$$

$$\mathbf{P}_{\mathbf{y}\mathbf{y}} \approx \frac{1}{n_1} \sum_{j=1}^{n_1} \mathbf{s}(\mathbf{x}^{(j)}) \mathbf{s}(\mathbf{x}^{(j)})^T - \bar{\mathbf{y}} \bar{\mathbf{y}}^T + \mathbf{P}_{\mathbf{v}}. \quad (81)$$

Для задач навигации параметры

$$\bar{\mathbf{x}}, \mathbf{P}_{\mathbf{v}}$$

считаются известными.

Расчетные СКО оценок:

$$\mathbf{P}^{lin} = \mathbf{P}_{\mathbf{xx}} - \mathbf{P}_{\mathbf{xy}} \mathbf{P}_{\mathbf{yy}}^{-1} \mathbf{P}_{\mathbf{yx}}, \quad (82)$$

$$\mathbf{P}^{FK} = \mathbf{P}_{\mathbf{xx}} - \mathbf{P}_{\mathbf{xx}} \left(\mathbf{H}^{FK} \right)^T \left(\left(\mathbf{H}^{FK} \mathbf{P}_{\mathbf{xx}} \left(\mathbf{H}^{FK} \right)^T + \mathbf{P}_{\mathbf{v}} \right)^{-1} \left(\mathbf{H}^{FK} \right)^T \mathbf{P}_{\mathbf{xx}} \right)$$

$$\sqrt{p^{lin}} \sim \mathbf{P}^{lin} (\mu, \mu);$$

$$\sigma^{FK} \sim \mathbf{P}^{FK} (\mu, \mu), \quad \mu = \overline{1.2}.$$

Выборочные СКО оценок:

$$\tilde{\sigma}^s = \left(\frac{1}{L} \sum_{j=1}^L (x^j - \hat{x}^s(y^j))^2 \right)^{1/2}, \quad (83)$$

где $x^j, y^j, j = \overline{1.L}$ -реализации случайных векторов
- с ф.п.р.в. $f(\mathbf{x}, \mathbf{y});$

$s = opt, lin, FK, NN, Alin.$

Результаты моделирования примера

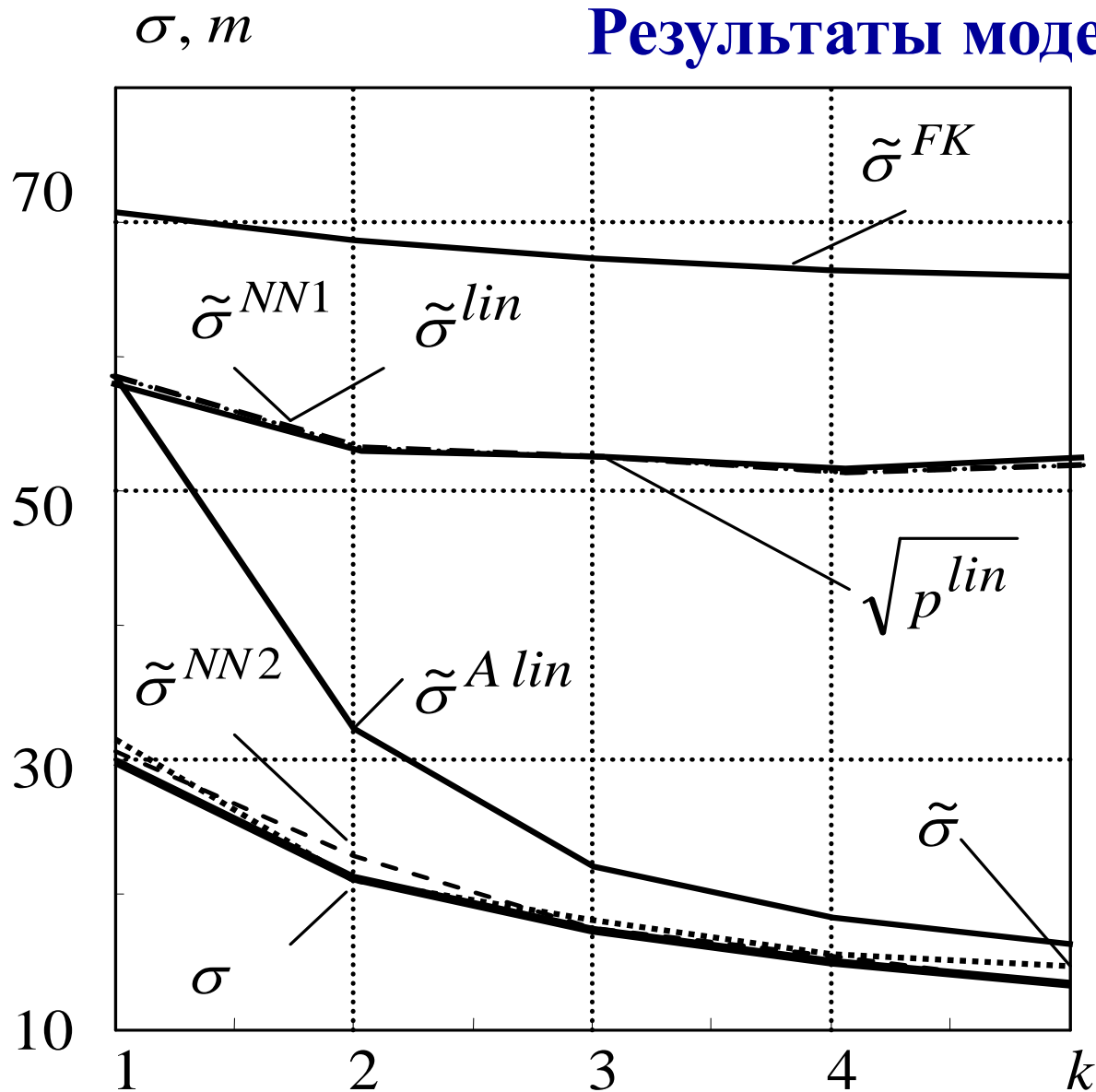


Рис. СКО при $x_l, l = \overline{1,2}$
($\sigma_0 = 500 m$).

Расчетные СКО оценок:

σ — для границы Рао-Крамера;
 $\sqrt{p^{lin}}$ — для линейных оценок.

Выборочные СКО оценок:

σ_z — для оптимальной;
 σ_z^{NN1} — для линейной НС;
 σ_z^{NN2} — для нелинейной НС;
 σ_z^{lin} — для линейной оптимальной;
 $\sigma_z^{A lin}$ — для линейных оценок при использовании апостериорной ф.п.р.в.;
 σ_z^{FK} — для оценок на основе линеаризации

Сопоставление. Выводы по примеру с ММК:

Заметные преимущества вычислительного характера для нейросетевого подхода проявляются лишь при использовании нелинейной НС.

Для метода Монте-Карло требуются значительные вычислительные затраты между текущими измерениями.

Процедура же вычисления оценок обученной НС тривиальна.

Каких-либо значительных преимуществ алгоритмов, основанных на линейных НС, не выявлено, за исключением, когда используется адаптивный алгоритм.

К недостатку НС можно отнести то, что в отличие от традиционного подхода в нейросетевом не предусмотрена расчетная процедура вычисления матрицы ковариаций. Однако эта характеристика может быть получена по выборке.

Достоинства синтетических систем оценивания

1) Синтетические алгоритмы обеспечивают потенциальные точности оценок, такие же, как и традиционные алгоритмы. В рамках БП, если в основе построения СА лежат те же предположения об априорной информации о моделях динамики объектов, помех и шумов, что и для традиционных алгоритмов, то СА тождественны традиционным. Однако они могут дать преимущества с вычислительной точки зрения.

2) Для БП и МНК может использоваться одна и та же структура синтетической системы оценивания. При адаптации к изменениям моделей динамики или окружающей среды возможна настройка уже имеющихся СА на основе машинного обучения с подкреплением в рамках МНК.

1. Решение нелинейных задач оценивания.
2. Оценивание нестационарных процессов.
3. Негауссовский характер случайных процессов.
4. Оценивание случайных процессов с памятью – марковских процессов высшего порядка.

Достоинства синтетических систем для прогноза

При прогнозировании для построения СА помимо текущих измерений имеется обучающая выборка. В качестве примеров можно указать на задачи обработки измерений в интегрированных инерциально-спутниковых системах.

В этих системах **при наличии спутниковых измерений они могут быть использованы как эталонные данные для обучения синтетической системы**, назначение которой заключается в воспроизведении поведения оцениваемых параметров (самых навигационных параметров или ошибок измерителей) в случае, когда спутниковые данные пропадают.

Задача прогноза

Рассмотрим решение, сформулированной **задачи прогноза**, с использованием временных рядов для БА. Оцениваемый вектор состояния БА $\lambda_i = [(\lambda_i^X)^T, (\lambda_i^Y)^T, (\lambda_i^Z)^T]^T$, $i = 0, 1, \dots$, $\lambda_i^j = [\lambda_i^j, V_i^j, a_i^j]^T$, $j = X, Y, Z$ представляет собой координаты, проекции скоростей и ускорений.

Требуется, используя случайную последовательность измерений координат и проекций скоростей и ускорений БА $\xi_k = [(\xi_k^X)^T, (\xi_k^Y)^T, (\xi_k^Z)^T]^T$, $\xi_i^j = [\xi_{1i}^j, \xi_{2i}^j, \xi_{3i}^j]^T$, $j = X, Y, Z$, найти оптимальную оценку $\tilde{\lambda}_{i/k}$, которая минимизирует среднеквадратический критерий

$$J_{i/k} = E[(\lambda_i - \tilde{\lambda}_{i/k})^T (\lambda_i - \tilde{\lambda}_{i/k})]. \quad (84)$$

Здесь E – символ математического ожидания. Заметим, что случай $k > i$ соответствует задаче оценки прогноза состояния.

Оптимальную оценку $\tilde{\lambda}_{i/k}$ определим как $\tilde{\lambda}_{i/k} = \varphi_i(\xi_k)$. В конечном итоге, для решения задачи прогноза положения БА требуется определить нелинейную функцию $\varphi_i(\bullet)$.

Для решения задачи оценки прогноза могут быть выбраны байесовский и небайесовский подходы, МНК. В рамках каждого метода оценка прогноза может быть представлена в виде

$$\tilde{\lambda}_{i/k} = \varphi_i(\xi_k, \mathbf{W}), \quad (85)$$

где нелинейное отображение $\varphi_i(\bullet)$ параметризуется вектором \mathbf{W} . Для нахождения \mathbf{W} может быть использовано машинное обучение с использованием нейронных сетей.

Комплексирование навигационной информации

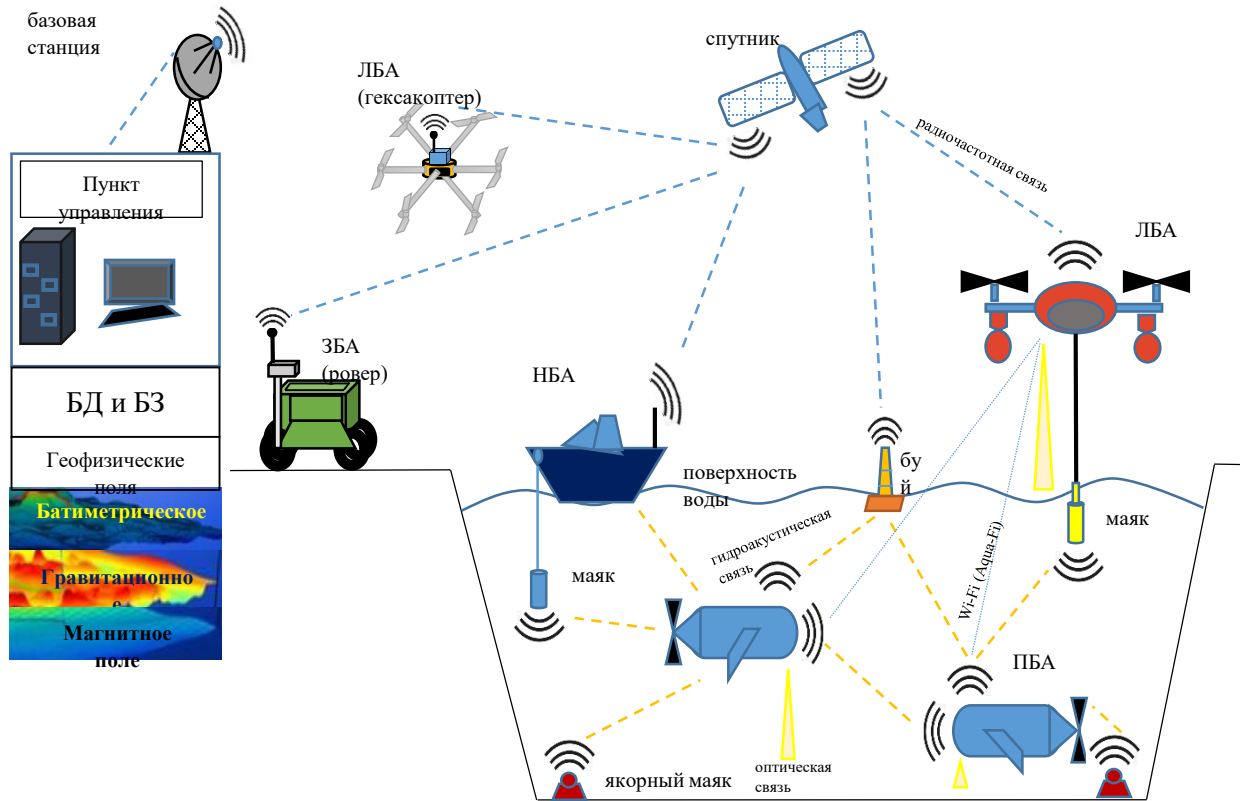


Схема взаимодействия разнородных беспилотных аппаратов в разных физических средах

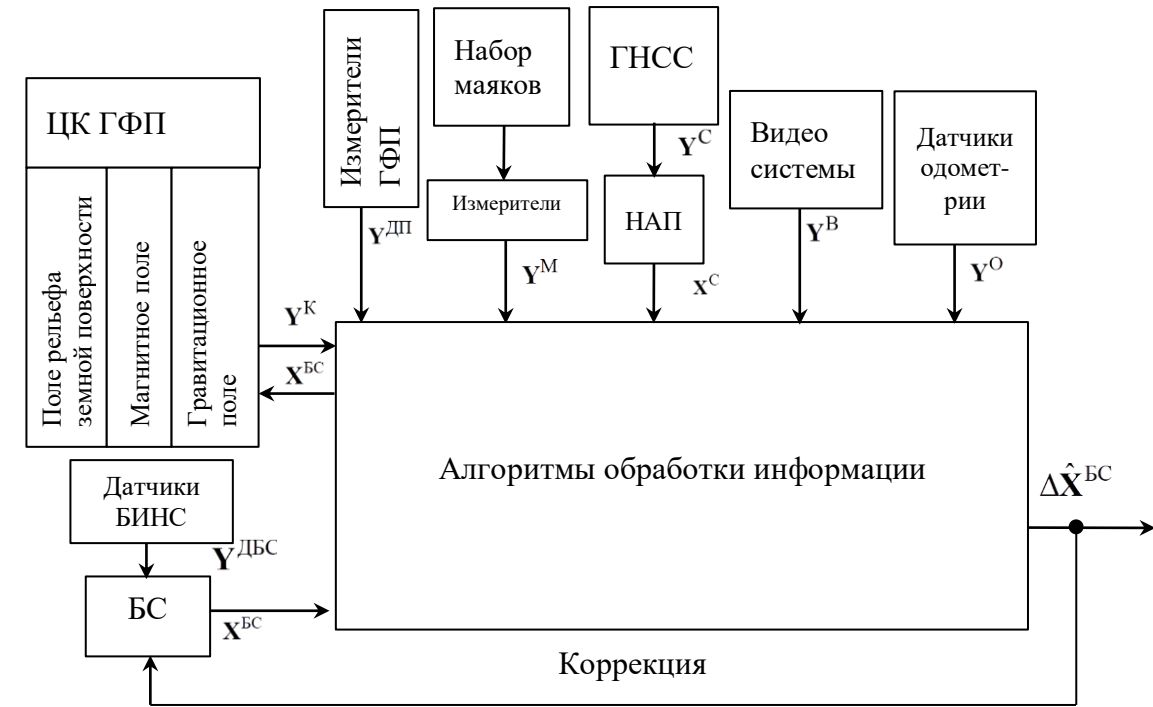


Схема комплексирования навигационной информации

1. Амосов О.С., Амосова С.Г. Особенности алгоритмов навигации для разных типов беспилотных аппаратов // В сб.: Управление развитием крупномасштабных систем (MLSD'2024). Труды Семнадцатой международной конференции. Москва, 2024. С. 727-733.

Задача адаптивного оценивания при структурной и параметрической неопределенности

Рассмотрим иллюстрирующий пример адаптивной фильтрации при комплексировании показаний спутниковой навигационной системы и инерциальной навигационной системы на основе инвариантной схемы. Простейшим примером может служить задача комплексной обработки для уточнения высоты БА с использованием измерений от СНС.

Имеются измерения

$$y_i^I = h_i + \Delta y_i^I, y_i^{II} = h_i + \Delta y_i^{II}, \quad (86)$$

где $h_i, y_i^I, y_i^{II}, \Delta y_i^I, \Delta y_i^{II}$ – скалярные последовательности, описывающие поведение истинных значений координаты, показаний ИНС (I=ИНС), спутниковой системы (II=СНС) и их ошибок. Будем считать, что ошибки ИНС $\Delta y_i^I = \varepsilon_i^I + v_i^I$ определяются суммой дрейфа, описываемого винеровским процессом, постоянной и белозумной составляющих, т.е.

$$\Delta h_i = \Delta h_{i-1} + \sigma_w^h w_i, \Delta h_0 = d_i = d_{i-1} = d, \varepsilon_i = d_i + \Delta h_i + v_i^I, \quad (87)$$

где Δh_i – дрейф координаты h_i ; $\sigma_w^{\Delta h}$ – коэффициент, определяющий СКО порождающего шума дрейфа; d – постоянная составляющая погрешности, v_i^I – белый шум измерений. Ошибки СНС содержат только белозумную составляющую $\Delta y_i^{II} = v_i^{II}$.

Ставится задача нахождения оценки дрейфа Δh_i координаты h_i на фоне белого шума. Следуя инвариантной схеме, искомую оценку можем сформировать в виде

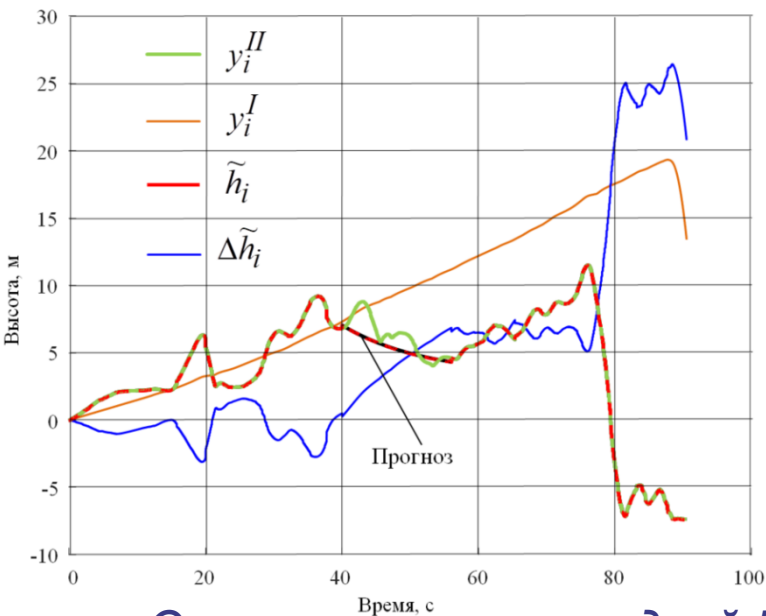
$$\tilde{h}_i = y_i^I - \tilde{\varepsilon}_i^I, \tilde{\varepsilon}_i^I = H_i^I \tilde{h}_i, \quad (88)$$

которую отыскиваем с помощью линейного фильтра Калмана или линейной НС.

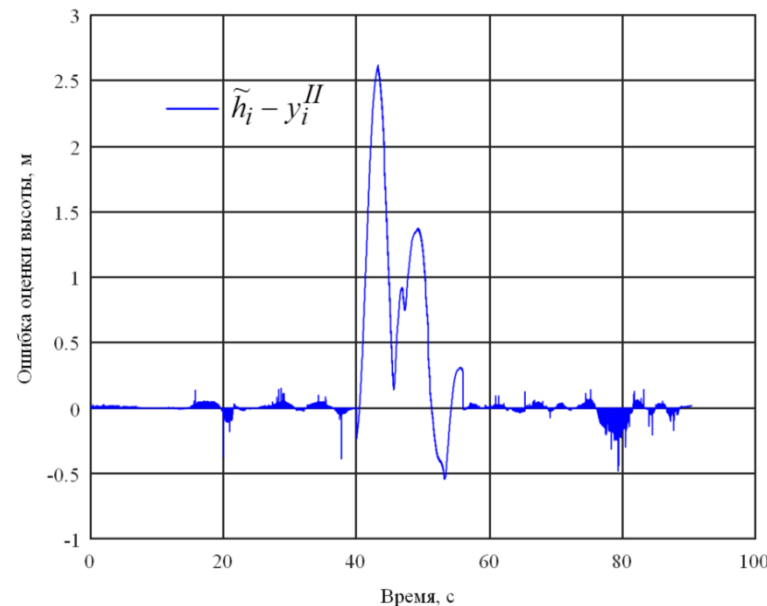
Амосов О.С., Амосова С.Г. Адаптивный метод оценивания и навигации беспилотных аппаратов с использованием интеллектуальных технологий // В сб.: XXXII Санкт-Петербургская межд. конференция по интегрированным навигационным системам. Санкт-Петербург, 2025. С. 44–48.

Исследования проведены при следующих параметрах:

интервал дискретизации $T = t_i - t_{i-1} = 0,004 \text{ с}$; начальная высота, координата $h_0 = 0 \text{ м}$; начальная скорость БА $V_0^h = 0,15 \text{ м/с}$; постоянная составляющая ошибки ИНС неизвестна, считаем, что ее математическое ожидание $m_h = 0$ и СКО $\sigma^d = 1 \text{ м}$; коэффициент, определяющий СКО порождающего шума дрейфа $\sigma_w^{\Delta h} = 0,5 \text{ м}$; СКО дискретного белого шума (д.б.ш.) измерений ИНС $\sigma_v^I = 1 \text{ м}$; СКО д.б.ш. измерений СНС $\sigma_v^{II} = 0,5 \text{ м}$. Измерения от СНС поступают с 1 по 10000 отчет, с 100001 по 14000 отсчеты становятся недоступны и появляются с 14001 отсчета. Для прогнозирования поведения БА по данным СНС, когда данные от СНС становятся недоступными, используется рекуррентная НС с несколькими слоями: в роли скрытого слоя использовался слой LSTM, число нейронов в котором варьировалось от 64 и выше; за слоем LSTM следует полносвязный слой с 64 нейронами и выходной слой регрессии.



Оценка высоты и ее дрейфа



Погрешность оценки высоты

Структурная неопределенность — неизвестна модель прогноза,
Параметрическая неопределенность — неизвестна постоянная составляющая погрешности ИНС.
Погрешность определения высоты не превышает 0,5 м при наличии спутниковых данных и увеличивается в случае, когда данные от СНС пропадают, а вместо них используются значения прогноза.

Задача фильтрации при комплексировании показаний гироскопов и акселерометров на основе инвариантной схемы **параметрическая неопределенность**

Необходимо по измерениям составляющих угловой скорости $[\omega_X \ \omega_Y \ \omega_Z]^T$, поступающим от гироскопа и ускорений $[a_X \ a_Y \ a_Z]^T$ от акселерометра получить оценки углов Эйлера для БА. Оцениваемый вектор состояния по каждому из углов содержит угол φ и угловую скорость ω : $\mathbf{x}_i = [x_{1i} \ x_{2i}]^T = [\varphi_i \ \omega_i]^T$. Неизвестный сопровождающий параметр $\theta_i = \theta_{1i} = [\Delta\omega_i]$ определяет погрешность гироскопа

$$\mathbf{z}_i = [x_{1i} \ x_{2i} \ \theta_{1i}]^T = [\varphi_i \ \omega_i \ \Delta\omega_i]^T \quad (89)$$

Модель динамики:

$$\varphi_i = \varphi_{i-1} + \omega_{i-1} \cdot T - \Delta\omega_{i-1} \cdot T + w_i^{\dot{\omega}} T^2 / 2$$

$$\omega_i = \omega_{i-1} + \Delta\omega_{i-1} + w_i^{\dot{\omega}} T$$

$$\Delta\omega_i = \Delta\omega_{i-1} + w_i^{\Delta\omega}$$

(90)

где $T = t_i - t_{i-1} = const.$

Модель измерений:

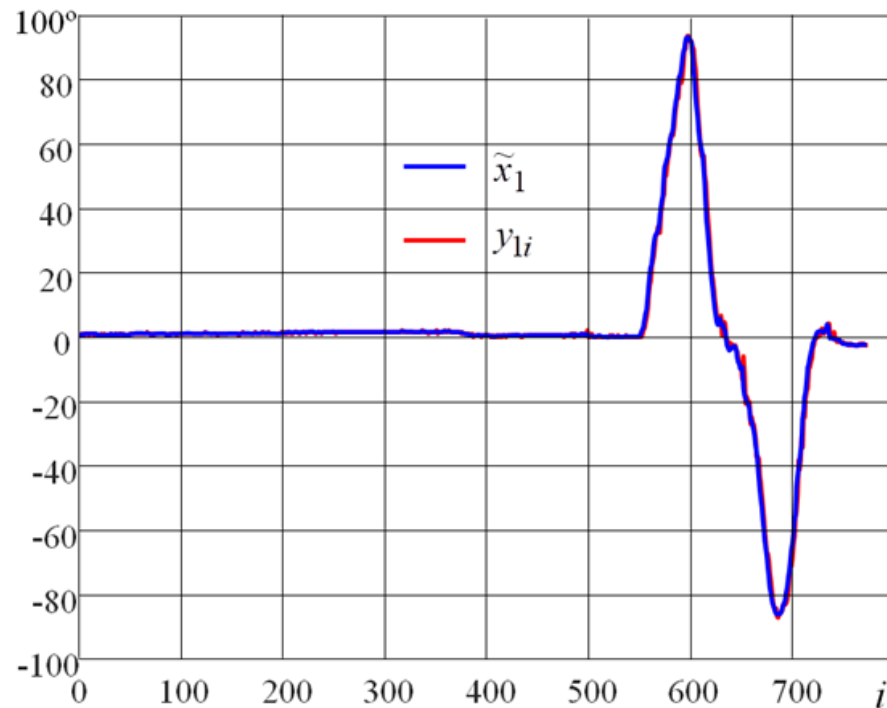
$$\mathbf{y}_i = \begin{bmatrix} y_{1i} \\ y_{2i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varphi_i \\ \omega_i \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} v_{1i} \\ v_{2i} \end{bmatrix}$$

(91)

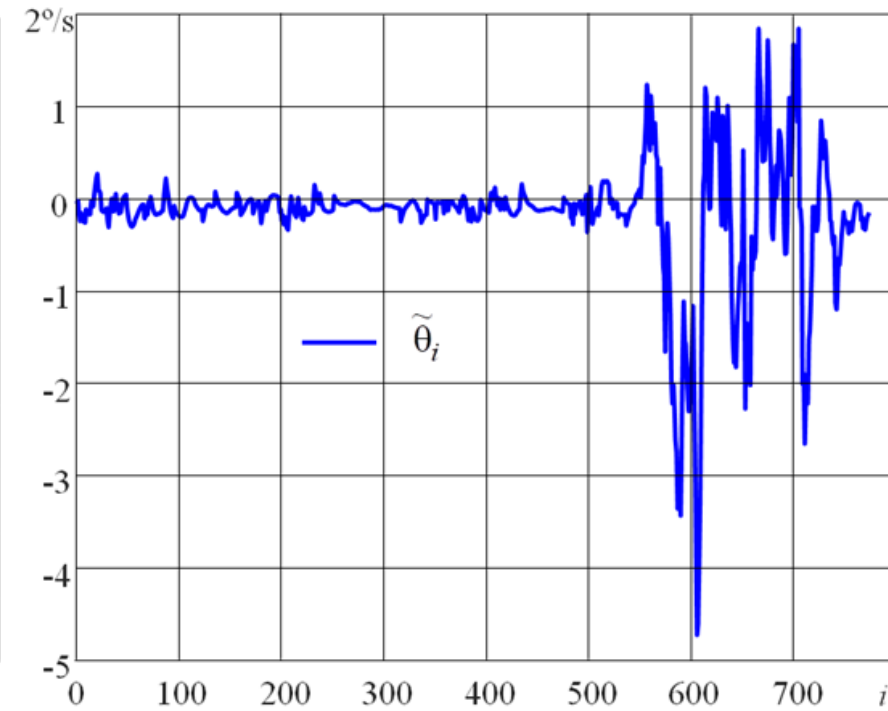
Задача фильтрации при комплексировании показаний гироскопов и акселерометров на основе инвариантной схемы (параметрическая неопределенность)

Исследования проведены при следующих параметрах: интервал дискретизации $T = 0,09$ с; СКО д.б.ш. измерений угла $\sigma^\Phi = \sqrt{0,03}$ град; СКО д.б.ш. измерений угловой скорости $\sigma^\omega = \sqrt{0,05}$ град/с; СКО порождающего шума дрейфа $\sigma^{\Delta\omega} = \sqrt{0,003}$ град/с, СКО порождающего шума для модели динамики $\sigma^{\dot{\omega}} = 0,3$ град/с/с.

Поставленная линейная задача решена как с использованием линейного ФК, так и линейной НС. На рисунках показаны результаты решения задачи оценивания углового положения (переменная состояния – угол крена) и погрешности гироскопа (неизвестный параметр).



Оценка угла (крен)



Оценка погрешности гироскопа

Пример сопровождения целей при структурной неопределенности

Рассмотрим пример движения объекта в сферической системе координат

Необходимо оценить в декартовой системе координат вектор состояния $\mathbf{x}_i = [x_i, v_i^x, y_i, v_i^y]^T$ маневрирующего в горизонтальной плоскости объекта (высота не меняется) по результатам измерения полярных координат дальности ρ_i и α_i азимута двухкоординатной радиолокационной станцией

$$\mathbf{y}_i = \begin{bmatrix} \rho_i \\ \alpha_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_1(x_i, y_i) \\ s_2(x_i, y_i) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sqrt{x_i^2 + y_i^2} \\ \operatorname{arctg} \frac{y_i}{x_i} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Delta \rho_i \\ \Delta \alpha_i \end{bmatrix} \quad (92)$$

Для получения линейной модели измерений первичные измерения полярных координат объекта дальности и пеленга могут быть преобразованы в прямоугольную систему координат и представлены в форме

$$x_i^* = \underbrace{\rho_i \cos \alpha_i}_{x_i} + \Delta x_i \quad y_i^* = \underbrace{\rho_i \sin \alpha_i}_{y_i} + \Delta y_i \quad (93)$$

где Δx_i и Δy_i – случайные ошибки измерений координат

Пример сопровождения целей при структурной неопределенности

Объект на траектории совершает маневр по курсу на постоянной высоте с перегрузкой $4g$, двигаясь с постоянной скоростью $v = 300$ м/с. Начальное движение объекта равномерное прямолинейное по курсу 135° в течение 30 периодов обзора T РЛС. Маневр продолжается в течение $15 T$. По окончании маневра объект продолжает равномерное прямолинейное движение 30 периодов обзора T .

Полиномиальная модель движения в горизонтальной плоскости в декартовой системе координат для координаты x_i и ее скорости v_i^x (для координаты y_i и ее скорости v_i^y запись аналогична) записана в виде

$$\begin{aligned} x_i &= x_{i-1} + v_{i-1}^x \cdot T + (w_i^{ax} + a_i^x)T^2 / 2; \\ v_i^x &= v_{i-1}^x \cdot T + (w_i^{ax} + a_i^x)T. \end{aligned} \tag{94}$$

В качестве модели сопровождающего параметра $\theta_i^x = a_i^x$ выбран полумарковский процесс, который принимает только фиксированные значения в диапазоне от $-a_{\max}$ до $+a_{\max}$. Переходы скачкообразного процесса из состояния k в состояние j происходят с вероятностью π_{kj} , определяемой априорными данными о маневре объекта.

В момент времени t_{i-1} параметр занимает состояние $a_{i-1}^{x(k)}$, в следующий момент времени t_i может перейти в состояние $a_i^{x(j)}$, причем $k \neq j$ или $k = j$; $k, j = \overline{1, N}$. В этом случае выражение для апостериорной вероятности $P(a_i^{x(j)} / \mathbf{Y}_i)$ примет вид:

$$P(a_i^{x(j)} / \mathbf{Y}_i) = P_i^j = \frac{\sum_{k=1}^N \pi_{kj} P(a_{i-1}^{x(k)} / \mathbf{Y}_{i-1}) p(\mathbf{y}_i / a_{i-1}^{x(j)})}{\sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^N \pi_{kj} P(a_{i-1}^{x(k)} / \mathbf{Y}_{i-1}) p(\mathbf{y}_i / a_{i-1}^{x(j)})} = \frac{\sum_{k=1}^N \pi_{kj} P_{i-1}^k \exp\{-[x_i^* - \tilde{x}_{i/i-1}^j]^2 q_i^{-1} / 2\}}{\sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^N \pi_{kj} P_{i-1}^k \exp\{-[x_i^* - \tilde{x}_{i/i-1}^j]^2 q_i^{-1} / 2\}}. \tag{95}$$

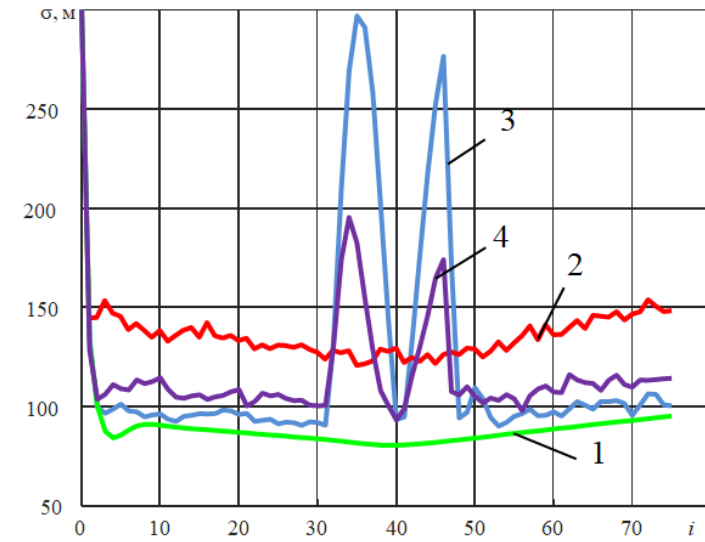
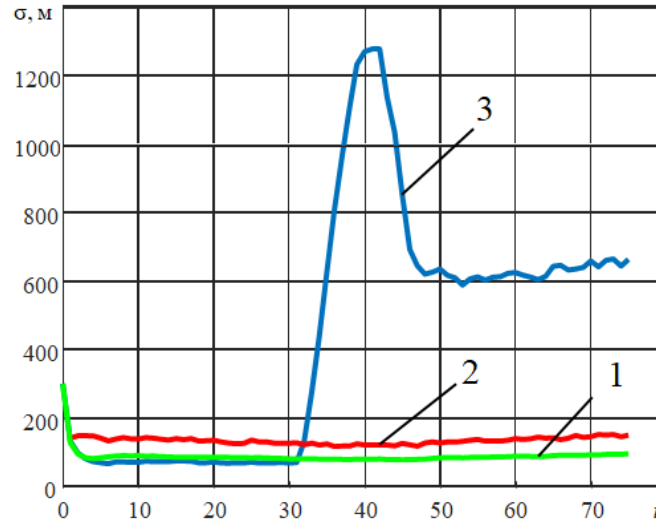
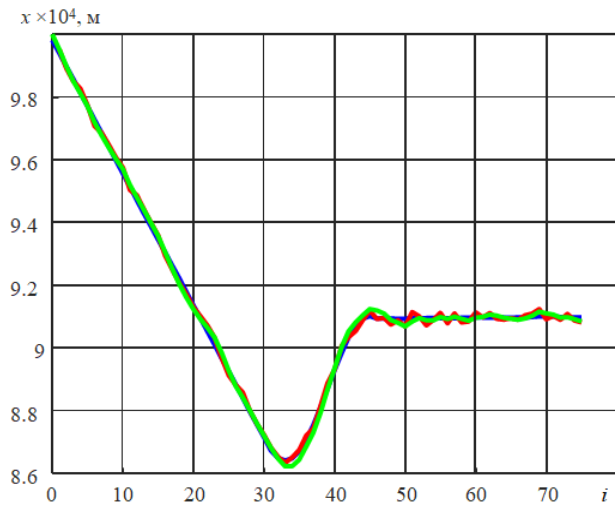
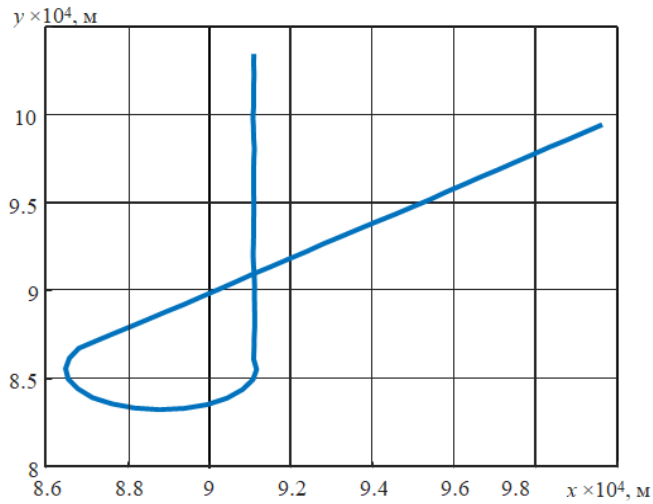
При моделировании период обзора $T = 2$ с, $\sigma_w^{ax} = \sigma_w^{ay} = g / 2$, $\sigma_{\Delta \rho_i} = 20$ м, $\sigma_{\Delta \alpha_i} = 5^\circ$.

Точности, достигаемые с использованием банка ФК и банка линейных нейросетевых фильтров совпадают. Точности фильтрации, достигаемые с использованием банка нелинейных нейросетевых фильтров выше на 10%.

Пример сопровождения целей при структурной неопределенности

Объект на траектории совершает маневр по курсу на постоянной высоте с перегрузкой $4g$, двигаясь с постоянной скоростью $v = 300$ м/с. Период обзора $T=2$ с, $\sigma_{\Delta\rho_i} = 20$ м, $\sigma_{\Delta\alpha_i} = 5$ '.

Траектории маневрирующего объекта



СКО ошибок фильтрации по координате x :
 а) – неадаптивным фильтром; б) – адаптивными фильтрами

1 – расчетное СКО ошибок оценивания $\sigma_i^{\Phi K}$, соответствующее дисперсии ошибок оптимального оценивания, которое является диагональным элементом расчетной матрицы ковариаций ошибок ФК; 2 – выборочное СКО ошибок измерения по координате x_i $\tilde{\sigma}_i^x$; 3 – выборочные СКО ошибок оценивания адаптивными ФК и нейросетевым фильтром, обученным с использованием моделей процесса (2) измерений (3) при $N=3$ и $a_{\max} = 4g$; 4 – $\tilde{\sigma}_i$ при $N=3$ и $a_{\max} = 8g$.

Адаптация при обучении с подкреплением (сравнение БП и МНК)

Задача **нелинейного оценивания для негауссовских ф.п.р.в.** переменной состояния x и шума v , для которой имеется точное байесовское решение.

Необходимо оценить скалярную переменную x по зашумленным измерениям вида

$$y_i = x + v_i, \quad i = \overline{1, \eta}. \quad (96)$$

При моделировании x равномерно распределенная на интервале $[0, b]$ случайная величина и ошибки измерений v_i , $i = \overline{1, \eta}$ представляют собой независимые друг от друга и от x центрированные случайные величины, равномерно распределенные в интервале $[-a/2, a/2]$. $a = b = 1$

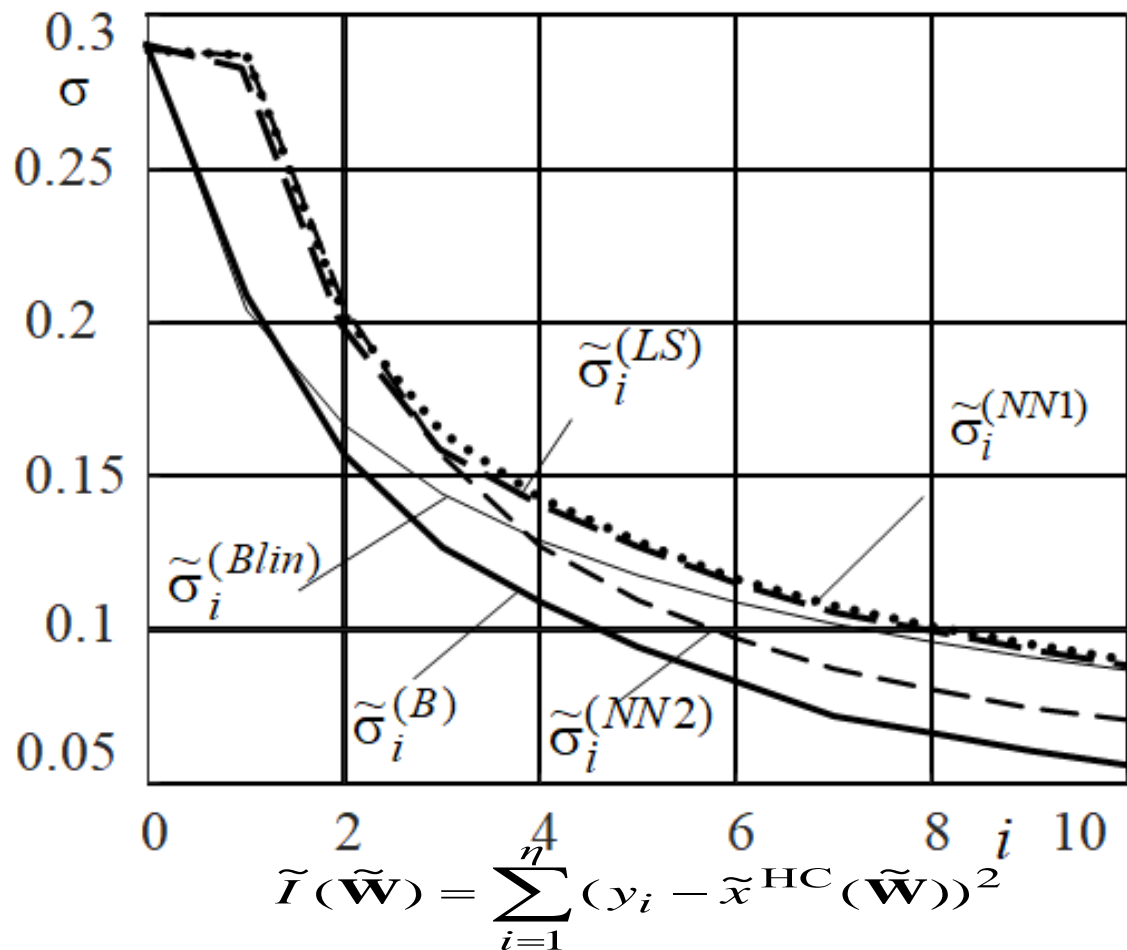
В этом случае минимизирующий критерий

$$J(\mathbf{x}) = (\mathbf{y} - \mathbf{H}\mathbf{x})^T (\mathbf{y} - \mathbf{H}\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^{\eta} (y_i - x)^2 \quad (97)$$

Оценка, минимизирующая критерий, определяется как

$$\tilde{x}^{LSM}(\mathbf{y}) = \frac{1}{\eta} \sum_{i=1}^{\eta} y_i \quad (98)$$

Пример с подкреплением (БП и МНК)



Байесовский подход.

$\sigma_i^{(B)}$ – выборочные СКО ошибок для нелинейных оптимальных оценок;

$\sigma_i^{(Blin)}$ – выборочные СКО ошибок для линейных оптимальных оценок.

LSM.

$\sigma_i^{(LS)}$ – выборочные СКО ошибок для линейных оптимальных оценок по МНК (10);

$\sigma_i^{(NN1)}$ – выборочные СКО ошибок для линейных нейросетевых оценок по критерию (4);

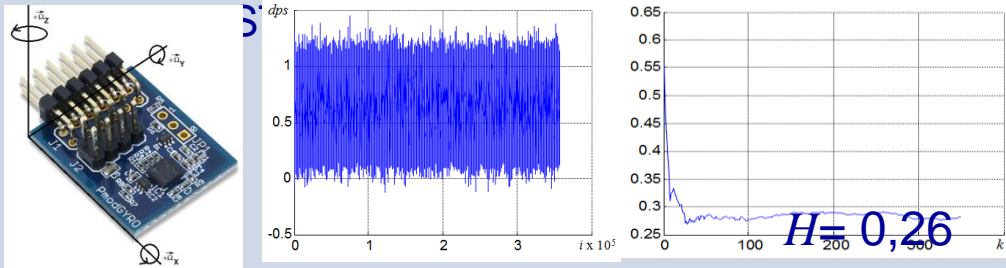
$\sigma_i^{(NN2)}$ – выборочные СКО ошибок для нелинейных нейросетевых оценок по критерию (4).

Линейная НС NN1 обеспечивает нахождение оценки, близкой к традиционной, полученной с помощью МНК. Точность нелинейного нейросетевого фильтра NN2 заметно выше точности линейного нейросетевого фильтра и традиционного МНК. При этом она стремится к точности нелинейного байесовского алгоритма оценивания по критерию.

Процессы с фрактальными свойствами

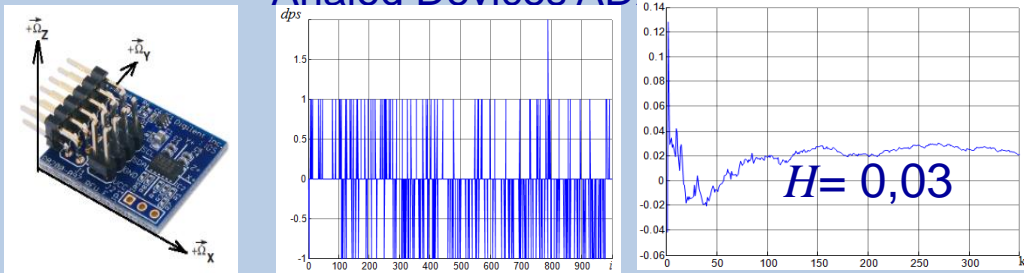
ИНЕРЦИАЛЬНЫЕ НАВИГАЦИОННЫЕ СИСТЕМЫ

Цифровой гироскоп PmodGYRO



Трёхкоординатный акселерометр PmodACL

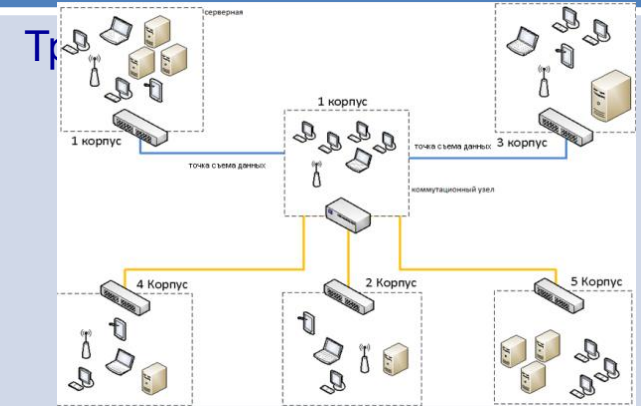
Analog Devices ADXL345



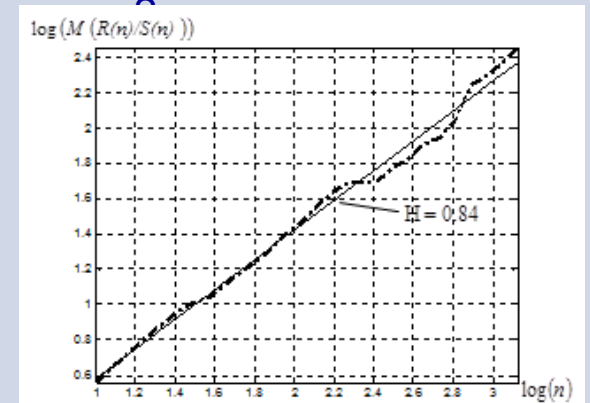
ТРАЕКТОРНОЕ ДВИЖЕНИЕ ПОДВИЖНОГО ОБЪЕКТА

Фрактальность проявляется в поведении воздушной и морской среды (например, турбулентность)

ИНФОРМАЦИОННО-ТЕЛЕКОММУНИКАЦИОННАЯ СИСТЕМА



$H = 0,84$



1. Amosov O.S., Amosova S.G. Peculiarities and applications of stochastic processes with fractal properties. Sensors. 2021. V. 21. Iss. 17. № 5960.

1. Амосов О.С., Амосова С.Г. Сопоставление линейного и обобщенного фильтров Калмана целого и дробного порядков для оценки состояния и параметров дискретных дробных динамических систем // Изв. РАН. Теория и системы управления. 2024. № 5. С. 24-37.

Оценивание системы дробного порядка при структурной и параметрической неопределенности

В табл. приведена постановка и решение задачи оценивания дробных нелинейных динамических систем с использованием обобщенного фильтра Калмана дробного порядка (Fractional Extended Kalman Filter, FEKF)

Необходимо совместно оценить скалярную переменную x_i и неизвестный параметр a_i по зашумленным измерениям y_i вида $y_i = x_i + v_i$. Это приводит к нелинейной системе. Модель системы:

$$\begin{bmatrix} x_i \\ a_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (a_i - 1)x_{i-1} \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} w_i^x \\ w_i^a \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \sum_{j=1}^i (-1)^j \binom{\mu}{j} x_{i-j} \\ -1a_{i-1} \end{bmatrix}. \quad (99)$$

Параметры дробного обобщенного фильтра Калмана, используемого в примере, следующие:

$$\mathbf{P}_0 = \begin{bmatrix} 100 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{Q} = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 0,0001 \end{bmatrix}, \quad R = 25. \quad (100)$$

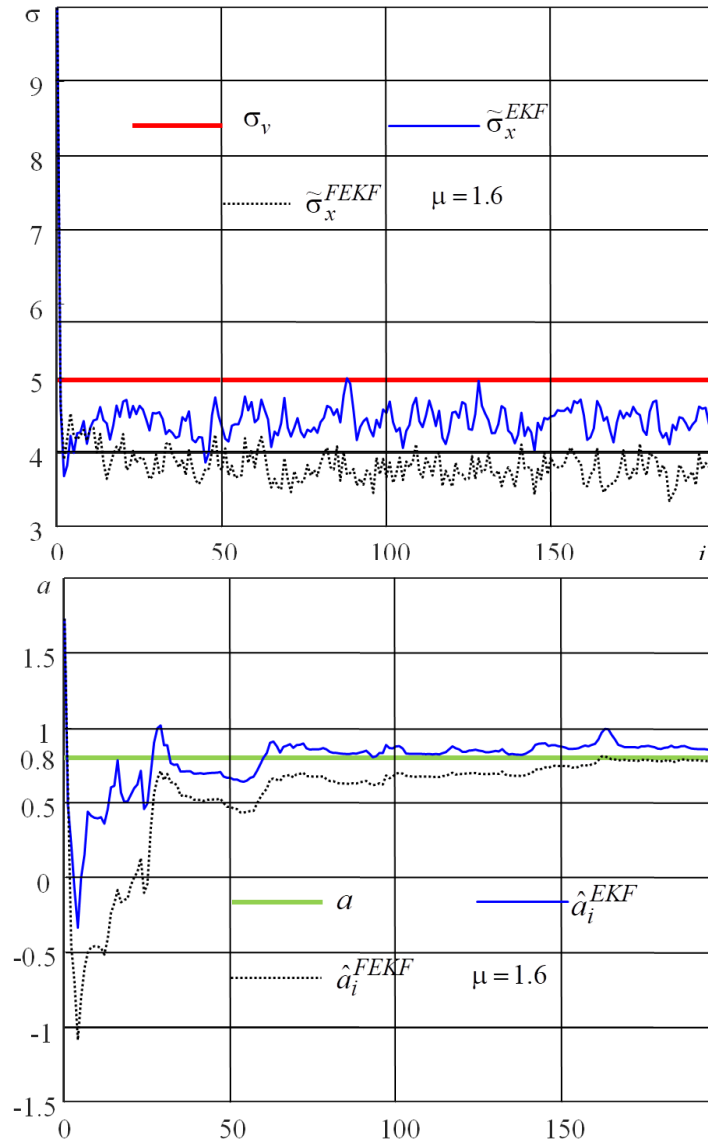
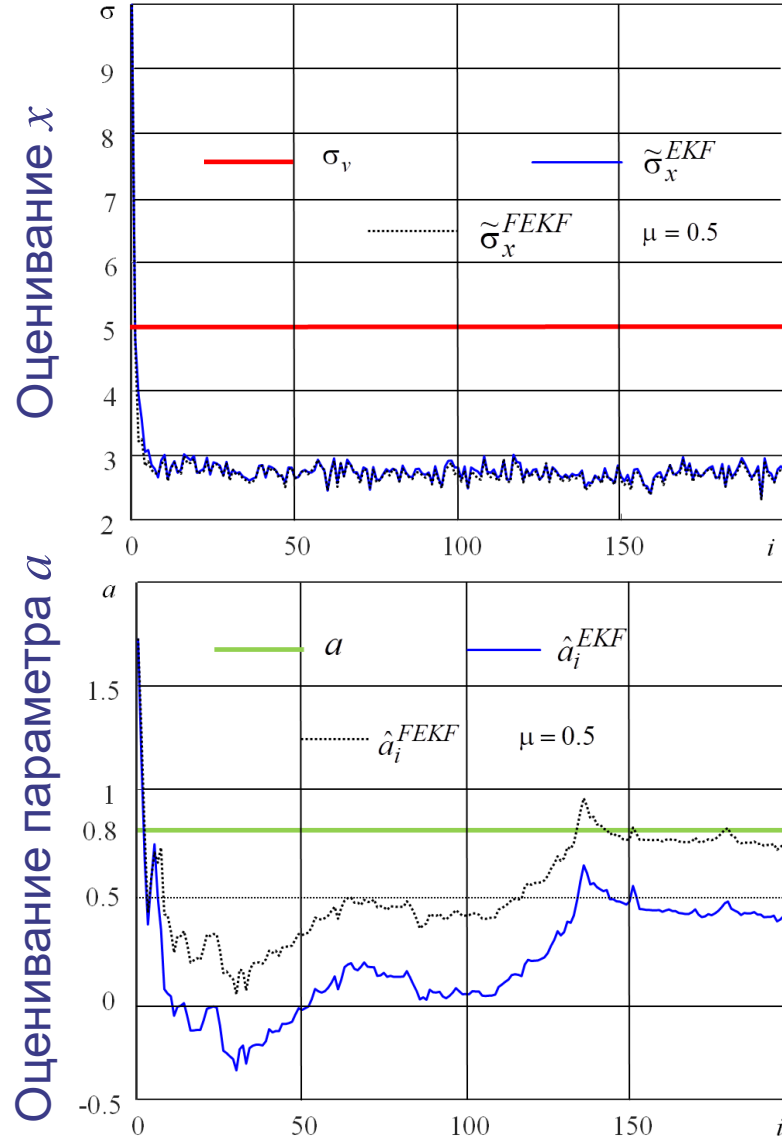
| Постановка задачи фильтрации | |
|---------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <i>Обобщенная дискретная нелинейная стохастическая система дробного порядка</i> | |
| Вектор состояния | $\Delta^{\gamma} \mathbf{x}_i = \Phi_i(\mathbf{x}_{i-1}) + \mathbf{w}_i$ $\mathbf{x}_i = \Delta^{\gamma} \mathbf{x}_i - \sum_{j=1}^i (-1)^j \gamma_j \mathbf{x}_{i-j}$ |
| Измерения | $\mathbf{y}_i = \mathbf{s}_i(\mathbf{x}_i) + \mathbf{v}_i$ |
| Начальные условия | $\mathbf{x}_0 \in \mathbb{R}^N, \mathbf{P}_0 = E[(\hat{\mathbf{x}}_0 - \mathbf{x}_0)(\hat{\mathbf{x}}_0 - \mathbf{x}_0)^T].$ |
| Порождающие шумы | $\bar{\mathbf{w}}_i = 0, \quad E\{\mathbf{w}_i \mathbf{w}_j^T\} = \delta_{ij} \mathbf{Q}_i$ |
| Шумы измерения | $\bar{\mathbf{v}}_i = 0, \quad E\{\mathbf{v}_i \mathbf{v}_j^T\} = \delta_{ij} \mathbf{R}_i$ |
| Взаимная корреляция | $E\{\mathbf{x}_0 \mathbf{w}_i^T\}; E\{\mathbf{w}_i \mathbf{v}_i^T\} = 0; E\{\mathbf{x}_0 \mathbf{v}_i^T\} = 0$ |
| Функции, матрицы | $\Phi_i(\mathbf{x}_{i-1}), \mathbf{s}_i(\mathbf{x}_i) - n \text{ и } m \text{ - мерные нелинейные вектор-функции,}$ $\Phi_{\mathbf{x}i} \equiv \Phi_{\mathbf{x}i}(\hat{\mathbf{x}}_{i-1}) = \left[\frac{\partial \Phi_i(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} \right]_{\mathbf{x}=\hat{\mathbf{x}}_{i-1}} - n \times n,$ $\mathbf{H}_{\mathbf{x}i} \equiv \mathbf{H}_{\mathbf{x}i}(\tilde{\mathbf{x}}_i) = \left[\frac{\partial \mathbf{s}_i(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} \right]_{\mathbf{x}=\tilde{\mathbf{x}}_i} - m \times n$ $\mathbf{Q}_i - p \times p, \mathbf{R}_i - m \times m$ |
| Минимизируемый критерий | $J_i = E_{\mathbf{x}_i, \mathbf{y}_i} (\mathbf{x}_i - \hat{\mathbf{x}}_i(\mathbf{Y}_i))^T (\mathbf{x}_i - \hat{\mathbf{x}}_i(\mathbf{Y}_i)),$ $\mathbf{Y}_i = (\mathbf{y}_1^T, \mathbf{y}_2^T, \dots, \mathbf{y}_i^T)^T$ |

Пример оценивания дробной системы при структурной и параметрической неопределенности

Для представленной системы проведено совместное оценивание и дано сравнение результатов для обобщенных фильтров Калмана целого и дробного порядков для различных значений нецелого порядка $\mu = \mu_1$: 0,5; 1; 1,6. Результаты совместной оценки показаны на следующем слайде.

| Решение задачи фильтрации | |
|--------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <i>Дробный обобщенный ФК</i> | |
| Прогноз | $\Delta^\gamma \tilde{\mathbf{x}}_i = \Phi_i(\hat{\mathbf{x}}_{i-1}),$ $\tilde{\mathbf{x}}_i = \Delta^\gamma \tilde{\mathbf{x}}_i - \sum_{j=1}^i (-1)^j \gamma_j \hat{\mathbf{x}}_{i-j},$ |
| Матрица ковариаций ошибок прогноза | $\tilde{\mathbf{P}}_i = (\Phi_{xi} + \gamma_1) \mathbf{P}_{i-1} (\Phi_{xi} + \gamma_1)^T + \mathbf{Q}_i$ $+ \sum_{j=2}^i \gamma_j \mathbf{P}_{i-j} \gamma_j^T,$ |
| Оценка | $\hat{\mathbf{x}}_i = \tilde{\mathbf{x}}_i + \mathbf{K}_i [\mathbf{y}_i - \mathbf{s}_i(\tilde{\mathbf{x}}_i)]$ |
| Коэффициент усиления | $\mathbf{K}_i = \tilde{\mathbf{P}}_i \mathbf{H}_{xi}^T (\mathbf{H}_{xi} \tilde{\mathbf{P}}_i \mathbf{H}_{xi}^T + \mathbf{R}_i)^{-1}$ |
| Матрица ковариаций ошибок оценивания | $\mathbf{P}_i = (\mathbf{I} - \mathbf{K}_i \mathbf{H}_{xi}) \tilde{\mathbf{P}}_i$ |

Пример оценивания переменной и неизвестного параметра дробной системы с помощью ОФК целого и дробного порядков



Результаты совместной оценки показаны на рис.:

При $\mu = 0,5$ точность оценки неизвестного параметра a_i с помощью дробного обобщенного ФК выше, чем для обобщенного ФК. Точности оценки координат для сравниваемых фильтров близки.

При $\mu = 1,6$ точности оценки параметра близки. Точность оценки координаты у дробного ФК значительно выше.

Оценивания состояния и дробного порядка системы (структурная неопределенность)

Данный пример иллюстрирует использование и сравнение дробного обобщенного и дробного ансцентного (Fractional Unscented Kalman Filter, FUKF) фильтров Калмана. Для решения совместного оценивания переменных состояния и дробного порядка в случае дробного ансцентного ФК рассматривается схема двойного оценивания, содержащая два фильтра: дробного линейного ФК для оценки переменной состояния и дробного ансцентного ФК для оценки порядка.

| Постановка задачи фильтрации | |
|-------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <i>Скалярная система дробного порядка</i> | |
| Вектор состояния | $\begin{bmatrix} x_i \\ \mu_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (a-1)x_{i-1} \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} w_i^x \\ w_i^\mu \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \sum_{j=1}^i (-1)^j \binom{\mu}{j} x_{i-j} \\ -1\mu_{i-1} \end{bmatrix}$ |
| Измерения | $y_i = x_i + v_i$ |
| Начальные условия | $\mathbf{x}_0 \in \mathbb{R}^2, \mathbf{P}_0 = E[(\hat{\mathbf{x}}_0 - \mathbf{x}_0)(\hat{\mathbf{x}}_0 - \mathbf{x}_0)^T].$ |
| Порождающие шумы | $\bar{\mathbf{w}}_i = 0, \quad E\{\mathbf{w}_i \mathbf{w}_j^T\} = \delta_{ij} \mathbf{Q}_i$ |
| Шумы измерения | $\bar{v}_i = 0, \quad E\{v_i v_j^T\} = \delta_{ij} R_i$ |
| Взаимная корреляция | $E\{\mathbf{x}_0 \mathbf{w}_i^T\}; E\{\mathbf{w}_i v_i^T\} = 0; E\{\mathbf{x}_0 v_i^T\} = 0$ |
| Минимизируемый критерий | $J_i = E_{\mathbf{x}_i, \mathbf{Y}_i} (\mathbf{x}_i - \hat{\mathbf{x}}_i(\mathbf{Y}_i))^T (\mathbf{x}_i - \hat{\mathbf{x}}_i(\mathbf{Y}_i)),$ $\mathbf{Y}_i = (y_1, y_2, \dots, y_i)^T$ |

Пример оценивания дробной системы при структурной неопределенности

| Дробный линейный ФК | |
|--------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Прогноз | $\Delta^{\hat{\mu}_{i-1}} \tilde{x}_i = (a-1)\hat{x}_{i-1},$ $\tilde{x}_i = h\Delta^{\hat{\mu}_{i-1}} \tilde{x}_i - \sum_{j=1}^i (-1)^j \hat{\mu}_{j,i} \hat{x}_{i-j},$ |
| Матрица ковариаций ошибок прогноза | $\tilde{P}_i = h(a-1 + \hat{\mu}_{i-1})^2 P_{i-1} + Q_{i-1}^x +$ $+ \sum_{j=2}^i (\hat{\mu}_{i-j})^2 P_{i-j},$ |
| Оценка | $\hat{x}_i = \tilde{x}_i + K_i (y_i - \tilde{x}_i)$ |
| Коэффициент усиления | $K_i = \tilde{P}_i (\tilde{P} + R)^{-1}$ |
| Матрица ковариаций ошибок оценивания | $P_i = (1 - K_i) \tilde{P}$ |

| Дробный ансцентный ФК | |
|--------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Прогноз | $\tilde{\mu}_i = \hat{\mu}_{i-1}, \tilde{\mu}_1 = \hat{\mu}_0,$ $\Delta^{\tilde{\mu}_i} \tilde{\chi}_{i,k} = \Phi_d(a_{i-1}) \hat{x}_{i-1} = (a-1) \hat{x}_{i-1},$ $\tilde{x}_{i,k}^\mu = h^{\tilde{\mu}_i} \Delta^{\tilde{\mu}_i} \tilde{\chi}_{i,k}^\mu - \sum_{j=1}^i (-1)^j \tilde{\mu}_{j,i} \hat{x}_{i-j},$ $\tilde{P}_i^\mu = P_{i-1}^\mu + Q_{i-1}^\mu, \tilde{P}_1^\mu = P_0^\mu + Q_0^\mu,$ $\tilde{M}_i = [\tilde{\mu}_i \quad \tilde{\mu}_i + \gamma \sqrt{\tilde{P}_i^\mu} \quad \tilde{\mu}_i - \gamma \sqrt{\tilde{P}_i^\mu}],$ $\tilde{Y}_{i,k}^\mu = H \tilde{\chi}_{i,k}^\mu = \chi_{i,k}^\mu, \tilde{Y}_i^\mu = \tilde{\chi}_i^\mu,$ $\tilde{y}_i^\mu = \sum_{k=0}^{2L} W_k^{(m)} \tilde{Y}_{i,k}^\mu$ |
| Матрицы ковариаций ошибок прогноза | $P_{y_i, y_i}^\mu = \sum_{k=0}^{2L} W_k^{(c)} [\tilde{Y}_{i,k}^\mu - \tilde{y}_i^\mu] [\tilde{Y}_{i,k}^\mu - \tilde{y}_i^\mu]^T + R^\mu,$ $P_{\mu_i, y_i}^\mu = \sum_{k=0}^{2L} W_k^{(c)} [\tilde{M}_{i,k}^\mu - \tilde{\mu}_i^\mu] [Y_{i,k}^\mu - \tilde{y}_i^\mu]^T,$ |
| Оценка | $\hat{\mu}_i = \tilde{\mu}_i + K_i^\mu (y_i - \tilde{y}_i^\mu)$ |
| Коэффициент усиления | $K_i^\mu = P_{\mu_i, y_i}^\mu (P_{y_i, y_i}^\mu)^{-1}$ |
| Матрица ковариаций ошибок оценивания | $P_i^\mu = \tilde{P}_i^\mu - K_i^\mu P_{y_i, y_i}^\mu K_i^{\mu T},$ $Q_i^\mu = (1 - \delta^\mu) Q_{i-1}^\mu +$ $+ \delta^\mu (K_i^\mu) (y_i - \tilde{y}_i^\mu) (y_i - \tilde{y}_i^\mu)^T (K_i^\mu)^T,$ $\delta^\mu \in (0, 1]$ |

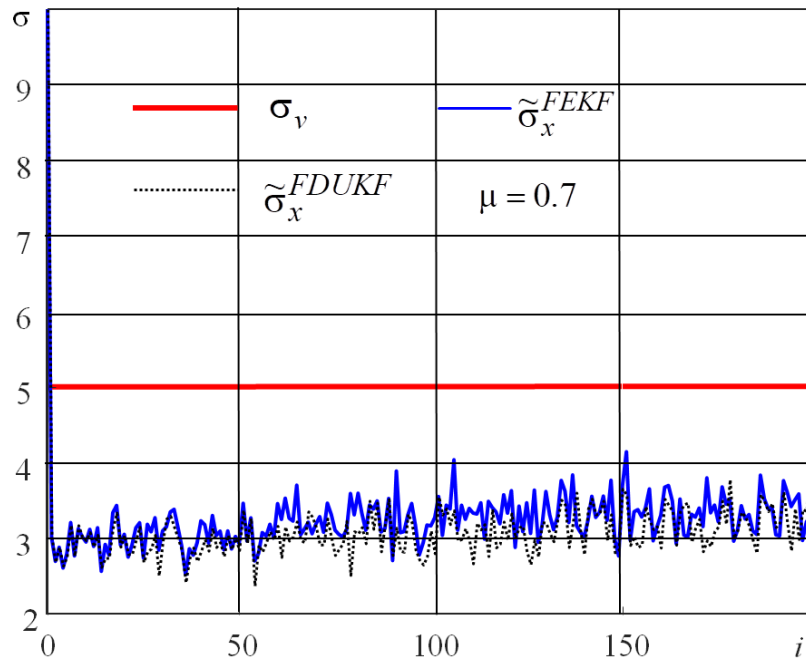
Здесь коэффициенты ансцентного преобразования W равны:

$$W_0^{(m)} = \lambda / L + \lambda, W_0^{(c)} = \lambda / (L + \lambda) + (1 - 2\alpha^2 + \beta), \quad (101)$$

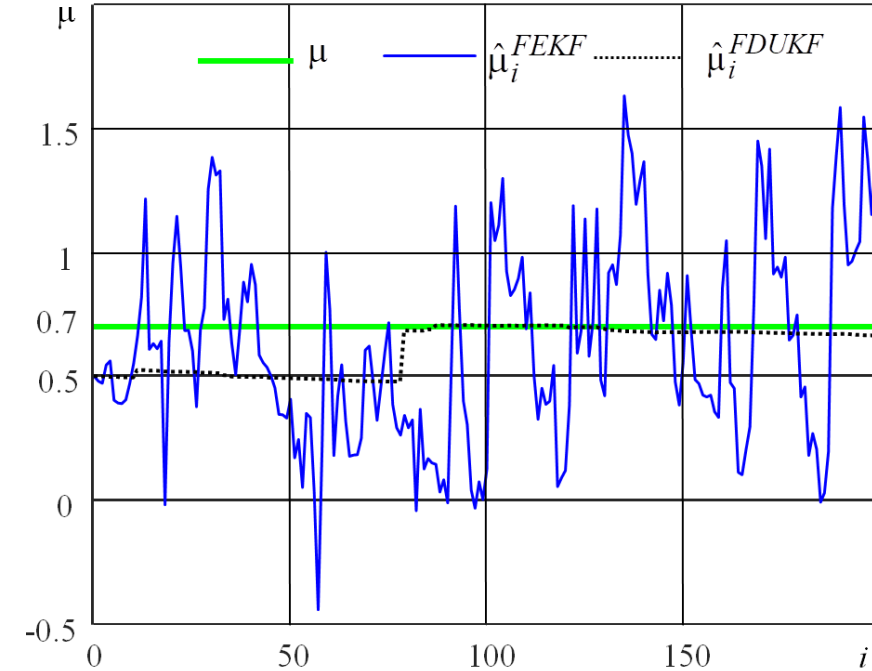
$$W_i^{(m)} = W_i^{(c)} = 1 / (2(L + \lambda)),$$

где $\gamma = \sqrt{L + \lambda}$, $\lambda = \alpha^2(L + k) - L$ – параметр масштабирования, L – размерность состояния, α – разброс сигма-точек ($1 \leq \alpha \leq 10^{-4}$), $k = 3 - L$, $\beta = 2$ для гауссовского распределения.

Пример оценивания дробной системы при структурной неопределенности



Оценивание x



Оценивание μ

Для представленной системы проведено совместное оценивание и дано сравнение результатов для обобщенного и двойного ансцентного ФК дробного порядка $\mu = 0,7$.

Из рис. видно, что точности оценки координат у обоих фильтров близки. Использование ОФК вызывает сложности для оценки дробного порядка, поскольку алгоритм ОФК не включает знание того факта, что порядок первого уравнения состояния является элементом вектора состояния.

Адаптация с использованием нечеткой системы и базы знаний

В навигационных системах регистрируются диагностические параметры, которые позволяют прогнозировать техническое состояние системы. По значениям входных диагностических параметров $\mathbf{a} = a_1 \times \dots \times a_p$ можно оценить исправность работы объекта или нарушение процесса его функционирования, т.е. состояние навигационной системы. По техническому состоянию происходит выбор схемы комплексирования и структурно-параметрической настройки системы оценивания.

Соответствующая база правил состоит из набора нечетких «*If-then*» правил в следующей форме:

$$R_k : \text{If } \mathbf{a} \text{ is } \mathbf{A}_k, \text{ then } \mathbf{b} \text{ is } \mathbf{B}_k \quad , \quad k = \overline{1, \lambda} \quad , \quad (105)$$

где \mathbf{a} – входной вектор для нечеткой системы, $\mathbf{A}_k = A_{k1} \times \dots \times A_{kp}$ – нечеткие множества, заданные на декартовом произведении \mathbf{X} универсальных множеств входных лингвистических переменных и имеющие функции принадлежности $\mu_{A_{ki}}(a_i)$, $k = \overline{1, \lambda}$, $i = \overline{1, p}$; $\mathbf{B}_k = B_{k1} \times \dots \times B_{kq}$ – нечеткие множества, заданные на декартовом произведении \mathbf{B} универсальных множеств выходных лингвистических переменных и имеющие функции принадлежности $\mu_{B_{ki}}(b_i)$, $k = \overline{1, \lambda}$, $i = \overline{1, q}$; λ – общее число нечетких *If-then* правил в базе правил.

Пример. Если не предполагается использование датчиков в состоянии, близком к углу тангажа в ± 90 градусов, использование углов Эйлера является наиболее простым и удобным решением. При использовании кватерниона для преодоления проблем сингулярности в расчетах углов Эйлера, алгоритмы фильтрации формируют текущую оценку кватерниона, которая затем пересчитывается в углы Эйлера по формулам.

Большая языковая модель LLM

Интеграция больших языковых моделей LLM в контур управления беспилотной системы (БС) позволяет перейти от традиционного программного управления к интуитивному интерфейсу «человек-машина», где оператор формулирует задачи в свободной речевой форме.

Оператор БС формирует голосовую команду $s \in C$, где C – множество возможных естественно-языковых выражений.

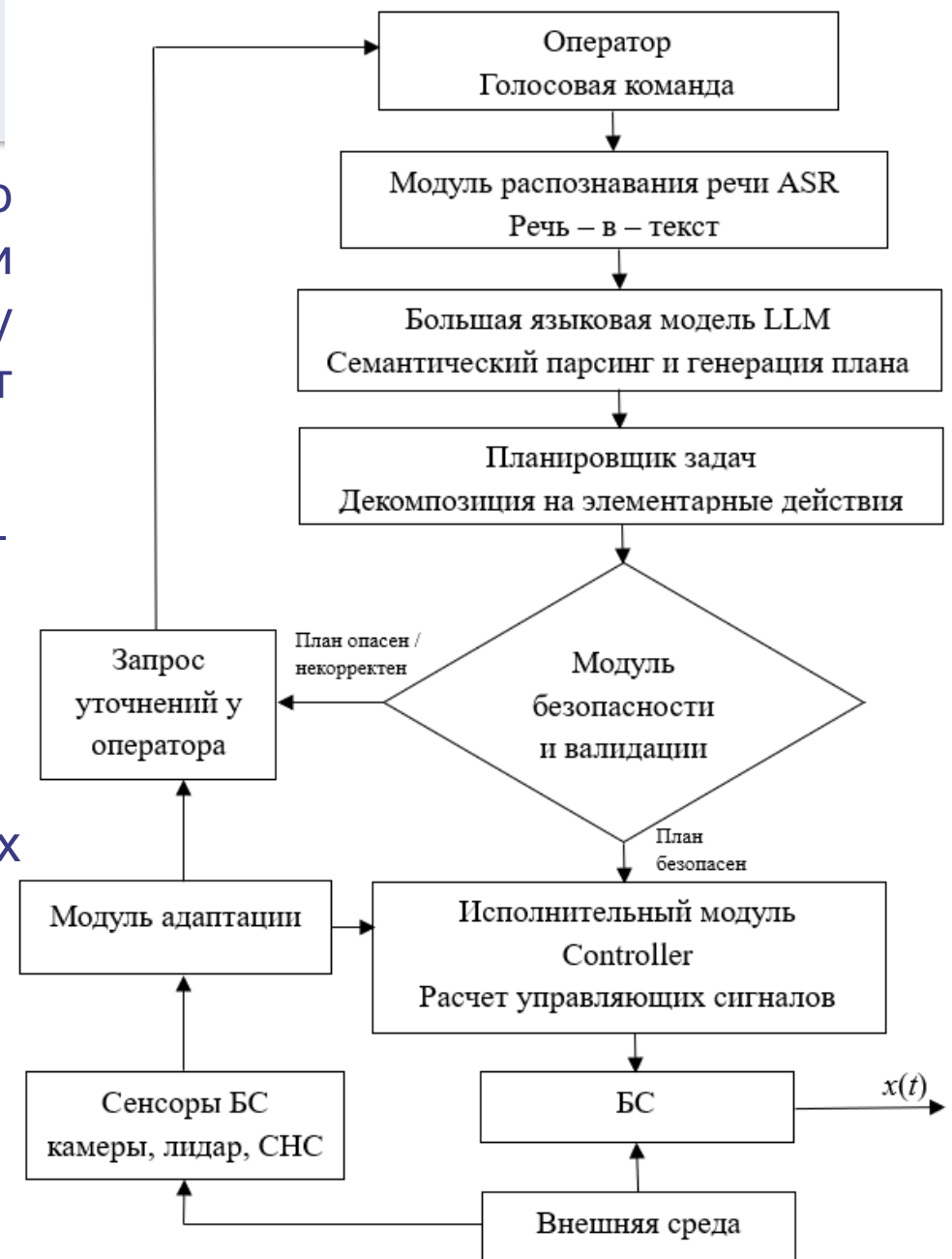
Большая языковая модель реализует отображение

$$\Phi: C \times S \rightarrow D,$$

(106)

где S – множество контекстной информации (данные сенсоров, карты, миссия); D – множество структурированных действий, $D = (d_1, d_2, \dots, d_q)$ – последовательность элементарных операций.

Достоинство подхода с LLM: **Адаптивность** – оперативная автоматическая корректировка плана выполнения задачи при изменении условий.



Архитектура системы голосового управления

Декомпозиция синтетических систем с использованием трех базовых представлений подсистем

Каскадное соединение: Каждая система $S \subset (X_1 \times X_2) \times (Y_1 \times Y_2)$ допускает декомпозицию в соединенные каскадно элементы.

Параллельное соединение: Пусть система $S \subset (X_1 \times X_2) \times (Y_1 \times Y_2)$ и пусть $S(x) = \{y : (x, y) \in S\}$, где $X = X_1 \times X_2$, а $Y = Y_1 \times Y_2$. Система S допускает декомпозицию на системы S_1 и S_2 , в том и только в том случае, когда для любых $x \in D(S)$ справедливо равенство $S(x) = \Pi_1(S(x)) \times \Pi_2(S(x))$ и операторы проектирования:

$$\begin{aligned}\Pi_1 &: (X_1 \times X_2) \times (Y_1 \times Y_2) \rightarrow (X_1 \times Y_1), \\ \Pi_2 &: (X_1 \times X_2) \times (Y_1 \times Y_2) \rightarrow (X_2 \times Y_2),\end{aligned}\tag{107}$$

такие, что $\Pi_1(x_1, x_2, y_1, y_2) = (x_1, y_1)$ и $\Pi_2(x_1, x_2, y_1, y_2) = (x_2, y_2)$.

Замыкание обратной связи: Любая система $S \subset (X_1 \times X_2) \times (Y_1 \times Y_2)$ допускает декомпозицию $S = F(S_1 \circ S_2)$ в соединенные каскадно и охваченные обратной связью элементы, где $S_1 \subset (X_1 \times Z_1) \times (Y_1 \times Z_2)$, $S_2 \subset (X_2 \times Z_2) \times (Y_2 \times Z_1)$, а Z_1 и Z_2 – вспомогательные множества.

Заключение

Изложен подход к решению задачи **адаптивного оценивания**. Формулируется постановка задачи при **структурной и параметрической неопределенности**. Для ее решения рассматриваются как **традиционные методы** и нелинейные алгоритмы, так и основанные на вводе класса зависящих от параметров функций, которые реализуются на **синтетических** (нейросетевых, нечетких и вейвлетах) структурах.

В качестве альтернативного подхода представлены в сопоставлении с традиционными синтетические (нейросетевые, нечеткие, на основе вейвлетов) алгоритмы оценивания стохастических процессов.

Альтернативный подход позволяет реализовать адаптивные алгоритмы нелинейного оценивания, которые используют возможности обучения и дообучения нейросетевых структур.

Обсуждается возможность адаптивных свойств с использованием обучения с механизмом подкрепления.

Рассмотрен ряд примеров при структурной и параметрических неопределенностях для задач: при комплексировании измерений; сопровождения подвижных целей, оценки состояния дробных систем.

Адаптивные свойства нелинейных синтетических алгоритмов используются для прогнозирования временных рядов при реализации комплексирования измерений от разнородных источников навигационных данных. Рассмотрена задача адаптации при уточнении координат ИНС по данным СНС, когда спутниковые данные пропадают. Для прогноза поведения подвижного объекта используется рекуррентная нейронная сеть со слоем LSTM.

Перспективы

1. Необходима дальнейшая теоретическая проработка нейросетевого метода распознавания на основе глубоких нейронных сетей (ГНС) с целью его сопоставления с традиционными методами для выявления их достоинств и недостатков. ГНС: сверточные, рекуррентные (LSTM), трансформеры.

Причины:

- дают высокую точность распознавания.
- способны к обучению и дообучению. Обучение с подкреплением.
- способность выявлять существенные признаки из больших массивов данных.

2. Комплексование информации от ИНС и геофизических полей, в том числе обработанных с помощью синтетических алгоритмов от систем видеонаблюдения.

3. Сопровождение роя дронов. Актуально для современного направления роевого применения беспилотных систем.



Спасибо за внимание!