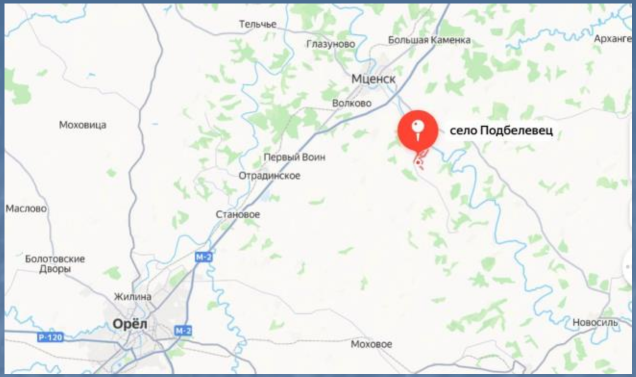
Евгений Серафимович Пятницкий
ученый, учитель, организатор

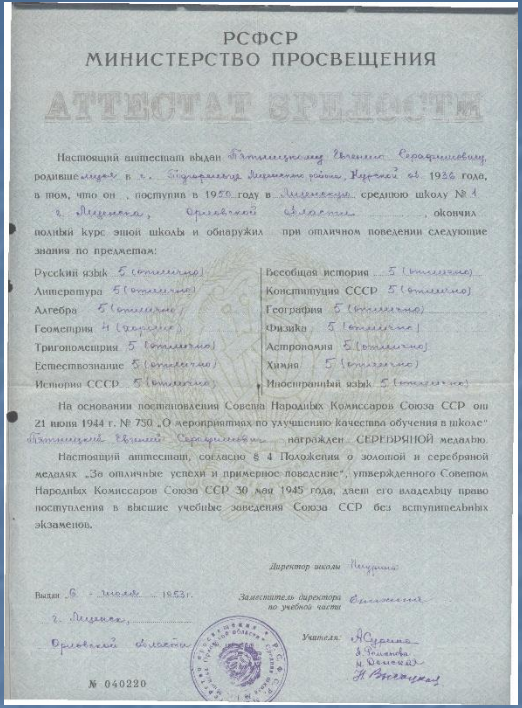
к 90-летию со дня рождения



Е.С. Пятницкий родился 22 июля 1936 года в селе Подбелевец Мценского района Орловской области

Серафим Михайлович Пятницкий
Ольга Алексеевна Пятницкая
Евгений
(середина 1940-х годов)

Школа в с. Подбелевец (1940-е годы)



РСФСР
МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ

АТТЕСТАТ ЗРЕЛОСТИ

Настоящий аттестат выдан Пятницкому Евгению Серафимовичу родившемуся в с. [illegible] 1936 года, в том, что он, поступив в 1950 году в Мценскую среднюю школу № 1 г. Мценска, Орловской области, окончил полный курс этой школы и обнаружил при отличном поведении следующие знания по предметам:

Русский язык 5 (отлично)	Всеобщая история 5 (отлично)
Литература 5 (отлично)	Конституция СССР 5 (отлично)
Алгебра 5 (отлично)	География 5 (отлично)
Геометрия 4 (хорошо)	Физика 5 (отлично)
Тригонометрия 5 (отлично)	Астрономия 5 (отлично)
Естествознание 5 (отлично)	Химия 5 (отлично)
История СССР 5 (отлично)	Иностранный язык 5 (отлично)

На основании постановления Совета Народных Комиссаров Союза ССР от 21 июня 1944 г. № 750 „О мероприятиях по улучшению качества обучения в школе" Пятницкий Евгений Серафимович награжден СЕРЕБРЯНОЙ медалью.

Настоящий аттестат, согласно § 4 Положения о золотой и серебряной медалях „За отличные успехи и примерное поведение", утвержденного Советом Народных Комиссаров Союза ССР 30 мая 1945 года, дает его владельцу право поступления в высшие учебные заведения Союза ССР без вступительных экзаменов.

Директор школы

Выдан 6 июля 1953 г.
г. Мценск, Орловской области

Заместитель директора по учебной части

Учителя:

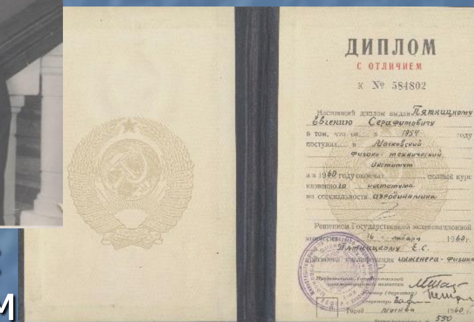
№ 040220

Аттестат зрелости Е.С. Пятницкого (1953)

Учеба в МФТИ с 1954 по 1960

Этапы научной биографии Е.С. Пятницкого

- 1960 диплом с отличием МФТИ



Е.С. Пятницкий с однокурсником

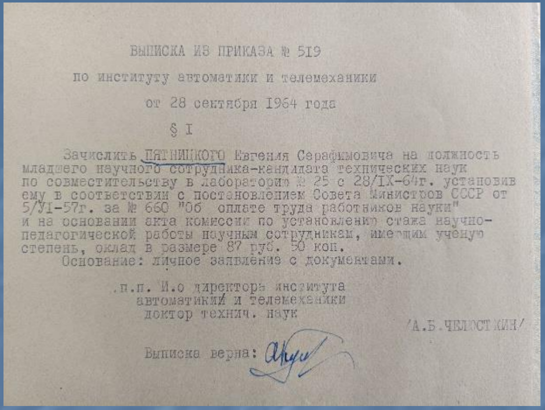
- 1960-2000 работа на кафедре теоретической механики МФТИ от ассистента до профессора и заместителя заведующего кафедрой

Ф.Р. Гантмахер

- 1963 Защита кандидатской диссертации «О некоторых вопросах структурной устойчивости регулируемых систем». Научный руководитель – Ф.Р. Гантмахер

М.А. Айзерман

- С 1964 работа в лаборатории М.А. Айзермана в ИАТ АН СССР



ВЫПИСКА ИЗ ПРИКАЗА № 519

по институту автоматики и телемеханики

от 28 сентября 1964 года

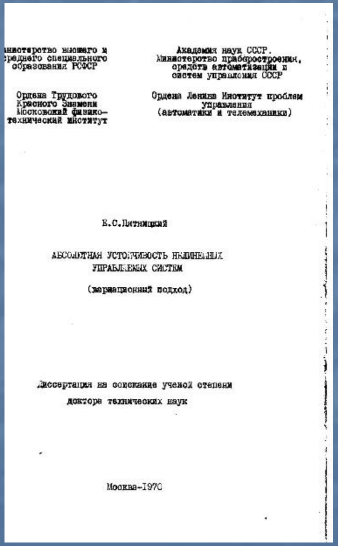
§ I

Зачислить ПЯТНИЦКОГО Евгения Серафимовича на должность младшего научного сотрудника-кандидата технических наук по совместительству в лаборатории № 25 с 28/IX-64г. установив ему в соответствии с постановлением Совета Министров СССР от 5/УI-57г. за № 660 "Об оплате труда работников науки" и на основании акта комиссии по установлению стажа научно-педагогической работы научным сотрудникам, имеющим ученую степень, оклад в размере 87 руб. 50 коп.

Основание: личное заявление с документами.

п.п. И.о директора института автоматики и телемеханики доктор технич. наук /А.Б.ЧЕЛЮСТКИН/

Выписка верна:



Министерство высшего и среднего специального образования РСФСР

Ордена Трудового Красного Знамени Московский физико-технический институт

Академия наук СССР. Министерство приборостроения, средств автоматизации и систем управления СССР

Ордена Ленина Институт проблем управления (автоматики и телемеханики)

Е.С.Пятницкий

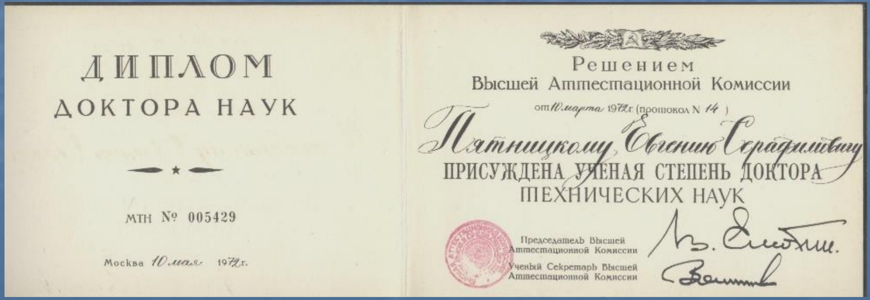
АБСОЛЮТНАЯ УСТОЙЧИВОСТЬ НЕЛИНЕЙНЫХ УПРАВЛЯЕМЫХ СИСТЕМ

(вариационный подход)

Диссертация на соискание ученой степени доктора технических наук

Москва-1970

- 1972 Защита докторской диссертации «Абсолютная устойчивость нелинейных управляемых систем (вариационный подход)»



ДИПЛОМ

ДОКТОРА НАУК

МТН № 005429

Москва 10 мая 1972 г.

Решением Высшей Аттестационной Комиссии

от 10 марта 1972 г (протокол N 14)

Пятницкому Евгению Серафимовичу

ПРИСУЖДЕНА УЧЕНАЯ СТЕПЕНЬ ДОКТОРА ТЕХНИЧЕСКИХ НАУК

Председатель Высшей Аттестационной Комиссии

Ученый Секретарь Высшей Аттестационной Комиссии

- 1974 Звание профессора по кафедре теоретической механики

АТТЕСТАТ

ПРОФЕССОРА

МПР № 021774

Москва 19 декабря 1974 г.

Решением

Высшей Аттестационной Комиссии

от 11 октября 1974 г. (протокол № 50/п)

Пятницкий Евгений Серафимович

УТВЕРЖДЕН В УЧЕНОМ ЗВАНИИ ПРОФЕССОРА

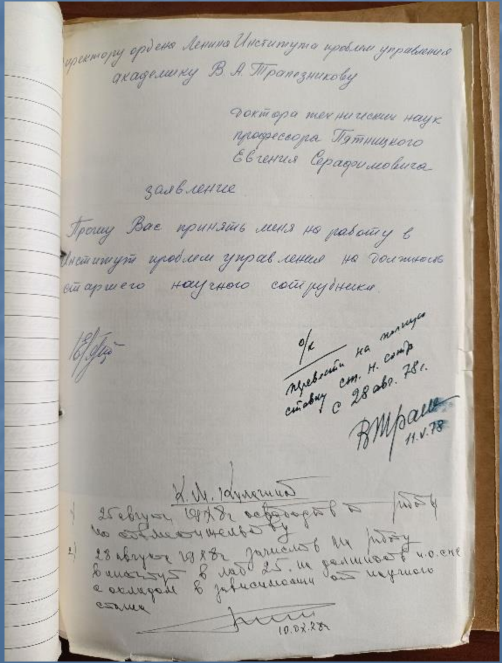
ПО КАФЕДРЕ

«теоретическая механика»

Зам. Председатель Высшей Аттестационной Комиссии

Уч. Ученый Секретарь Высшей Аттестационной Комиссии

- 1978 Переход на основную работу в Институт проблем управления



Директору ордена Ленина Института проблем управления академику В. А. Трапезникову

доктора технических наук профессора Пятницкого Евгения Серафимовича

заявление

Прошу Вас принять меня на работу в Институт проблем управления на должность старшего научного сотрудника.

о/к перевести на полную ставку ст. н. сотр. с 28 авг. 78 г.

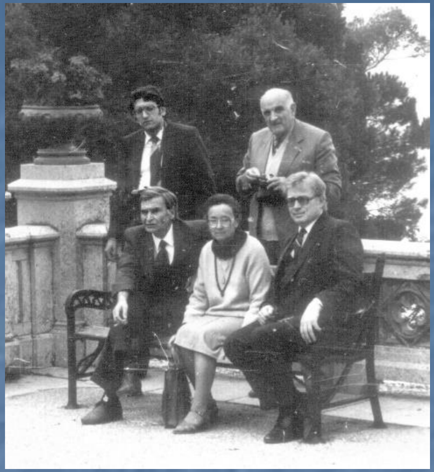
11.V.78

К. М. Кулагина

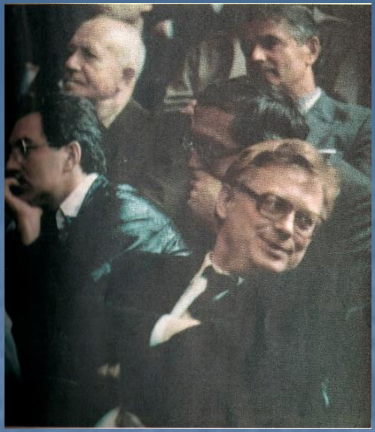
1) 25 августа 1978 г. освободить от работы по совместительству

2) 28 августа 1978 г. зачислить на работу в институт в лаб. 25. на должность ст. н. сотр. с окладом в зависимости от научного стажа

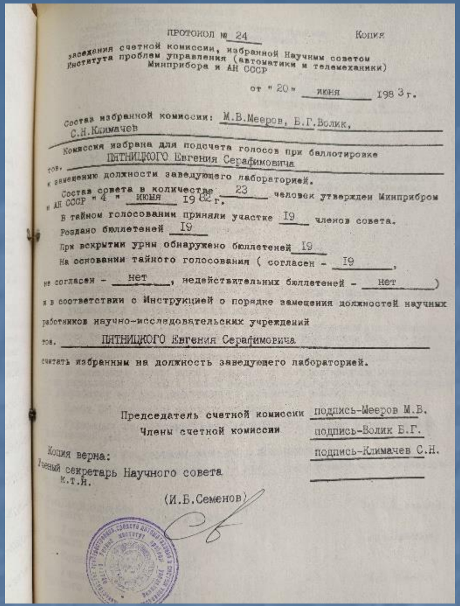
10.08.78



С М.А. Айзерманом (1970-е)



1980-е



ПРОТОКОЛ № 24 Копия

заседания счетной комиссии, избранной Научным советом Института проблем управления (автоматики и телемеханики) Минприбора и АН СССР

от "20" июня 1983 г.

Состав избранной комиссии: М.В.Мееров, Б.Г.Волик, С.Н.Климачев

Комиссия избрана для подсчета голосов при баллотировке тов. ПЯТНИЦКОГО Евгения Серафимовича к замещению должности заведующего лабораторией.

Состав совета в количестве 23 человек утвержден Минприбором и АН СССР "4" июня 1982 г.

В тайном голосовании приняли участке 19 членов совета.

Роздано бюллетеней 19

При вскрытии урны обнаружено бюллетеней 19

На основании тайного голосования (согласен – 19, не согласен – нет, недействительных бюллетеней – нет) и в соответствии с Инструкцией о порядке замещения должностей научных работников научно-исследовательских учреждений тов. ПЯТНИЦКОГО Евгения Серафимовича считать избранным на должность заведующего лабораторией.

Председатель счетной комиссии подпись-Мееров М.В.

Члены счетной комиссии подпись-Волик Б.Г.

подпись-Климачев С.Н.

Копия верна:

Ученый секретарь Научного совета к.т.н.

(И.Б.Семенов)

- В 1982 году в Институте проблем управления образована новая лаборатория «Динамики нелинейных процессов управления». Заведующий – Е.С. Пятницкий

1980-е

2002

- 2000 Избрание членом-корреспондентом Российской академии наук

Основные научные результаты Е.С. Пятницкого

Структурная устойчивость систем с запаздыванием

Том XXIII «АВТОМАТИКА И ТЕЛЕМЕХАНИКА» № 7

1962

О СТРУКТУРНОЙ УСТОЙЧИВОСТИ ОДНОКОНТУРНЫХ СИСТЕМ РЕГУЛИРОВАНИЯ ПРИ НАЛИЧИИ ЗАПАЗДЫВАНИЯ

Е. С. ПЯТНИЦКИЙ

(*Москва*)

Для одного класса систем регулирования дается решение задачи о структурной устойчивости при наличии запаздывания.

1. Постановка задачи

Работа посвящена определению условий структурной устойчивости линейных одноконтурных систем автоматического регулирования при наличии запаздывания. Под условиями структурной устойчивости здесь понимаются условия, которым должна удовлетворять структура системы для того, чтобы, выбирая параметры системы и не изменяя структуры, ее можно было сделать устойчивой.

В [1] были найдены условия структурной устойчивости для линейных одноконтурных систем без запаздывания, т. е. для систем, описываемых уравнениями

$$d_\nu(p)\, x_\nu = k_\nu(p)\, x_{\nu-1} \quad (\nu = 1, \dots m;\ x_0(t) = -x_m(t);\ p = d/dt). \tag{1}$$

Система (1) имеет характеристическое уравнение

$$D(p) + K(p) = 0, \tag{2}$$

где $D = \prod\limits_{\nu=1}^{\nu=m} d_\nu(p)$ и $K(p) = \prod\limits_{\nu=1}^{\nu=m} k_\nu(p)$, а p — скалярная переменная.

В работе [1] предполагалось, что $d_\nu(p)$ и $k_\nu(p)$ представляют собой полиномы не выше второго порядка $ap^2 + bp + c$, в каждом из которых по крайней мере один из коэффициентов a, b, c отличен от нуля и что в $d_\nu(p)$ положителен старший коэффициент, а в $k_\nu(p)$ — свободный член.

Автору не известны какие-либо результаты, связанные с получением условий структурной устойчивости для иных систем.

В настоящей работе условия структурной устойчивости определяются для систем, описываемых уравнениями (1), с тем отличием, что вместо замыкания по условию $x_0(t) = -x_m(t)$ оно реализуется через звено запаздывания

$$x_0(t) = -x_m(t - T_0), \tag{3}$$

где $T_0 > 0$ — постоянная величина (время запаздывания). Время запаздывания будем считать параметром, значение которого может выбираться произвольно для обеспечения условий устойчивости.

Вместо уравнения (2) получим тогда трансцендентное характеристическое уравнение

$$e^{T_0 p} D(p) + K(p) = 0. \tag{4}$$

Как известно [2], условия устойчивости системы с запаздыванием (для произвольных начальных функций) сводятся к требованию, чтобы все корни трансцендентного уравнения (4) лежали в левой полуплоскости.

АиТ, 1962, № 7

Результаты в задаче об абсолютной устойчивости

Непрерывные
СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ

УДК 62-50

НОВЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ ПО АБСОЛЮТНОЙ УСТОЙЧИВОСТИ СИСТЕМ АВТОМАТИЧЕСКОГО РЕГУЛИРОВАНИЯ

(Обзор)

Е. С. ПЯТНИЦКИЙ

(Москва)

По материалам советской и иностранной периодической печати составлен обзор работ по абсолютной устойчивости регулируемых систем. В обзоре отражены последние результаты в решении задачи абсолютной устойчивости.

Среди различных задач динамики систем автоматического регулирования задача об абсолютной устойчивости занимает особое место. Задача была поставлена А. И. Лурье и В. Н. Постниковым [1°] * и первое время интересовала лишь советских ученых. Вскоре задача привлекла внимание ученых других стран, и количество посвященных ей работ быстро нарастало. Несмотря на кажущуюся простоту, задача остается нерешенной до конца, хотя ее решению и решению близких по характеру задач было посвящено более 200 работ ученых разных стран.

Недавно вышли в свет две монографии [9, 90], подытожившие основные результаты в этой области. Однако уже после выхода в свет книги [9] появилось большое количество новых работ, в разных направлениях развивавших задачу абсолютной устойчивости. Эти работы лишь в очень незначительной степени отражены и в монографии [90], вышедшей позже. Кроме того, монографии [9, 90] охватили лишь работы, связанные с обычной постановкой задачи, восходящей еще к работам А. И. Лурье, В. Н. Постникова, А. М. Летова, В. А. Плисса и других авторов. Между тем параллельно возникали и иные направления в этой задаче.

Цель настоящего обзора — рассмотреть современное состояние проблемы абсолютной устойчивости в той части, которая касается работ, появившихся после выхода в свет монографии [9] или по разным причинам не охваченных ею.

В простейшем случае задача абсолютной устойчивости понимается как задача определения условий, при которых нулевое решение $x = 0$ системы

$$\dot{x} = Ax + by, \quad y = \varphi(\sigma), \quad \sigma = c'x, \qquad (1)$$

где x — вектор, A — квадратная матрица, b — столбец, c' — строка, y — скаляр, асимптотически устойчиво в целом при любом выборе скалярной

---

* Библиография настоящего обзора продолжает библиографию [9]. Работы, упомянутые в данном обзоре и содержащиеся в библиографии [9], вынесены в отдельный список и обозначены порядковым номером с индексом [°].

АиТ, 1968, № 6

Детерминированные
СИСТЕМЫ

УДК 62-503.4

АБСОЛЮТНАЯ УСТОЙЧИВОСТЬ НЕСТАЦИОНАРНЫХ НЕЛИНЕЙНЫХ СИСТЕМ

Е. С. ПЯТНИЦКИЙ

(Москва)

Определяются необходимые и достаточные условия абсолютной устойчивости нелинейных нестационарных систем. Показано, что задача абсолютной устойчивости нелинейной системы с нестационарной нелинейностью эквивалентна задаче исследования асимптотической устойчивости в малом положения равновесия некоторой конкретной кусочно-линейной системы.

1. Постановка задачи

Рассмотрим систему автоматического регулирования (рис. 1), которая отличается от линейной стационарной системы наличием в обратной связи одного нелинейного нестационарного элемента.

Система описывается уравнениями

$$\dot{x} = Ax + b\varphi(\sigma, t), \quad \sigma = (c, x) = \sum_{i=1}^{n} c_i x_i, \quad \varphi(0, t) \equiv 0, \qquad (1)$$

где x — n-мерный вектор обобщенных координат системы, $A = \|a_{ij}\|_{i,j=1}^{n}$ — постоянная квадратная гурвицева матрица, $\varphi(\sigma, t)$ — скалярная функция двух переменных σ и t. Относительно нелинейной характеристики $\varphi(\sigma, t)$ предполагается, что она удовлетворяет обычным условиям существования и единственности решения системы (1) и что при любом t имеет место неравенство

$$0 \leqslant \varphi(\sigma, t)\sigma \leqslant k\sigma^2. \qquad (2)$$

Задача состоит в исследовании абсолютной устойчивости системы (1). В настоящей работе термин «абсолютная устойчивость» понимается в следующем смысле *.

Определение. Система (1) называется абсолютно устойчивой, если:

1) для всякого $\varepsilon > 0$ существует $\delta(\varepsilon) > 0$ такое, что если начальные условия x_0 лежат в $\delta(\varepsilon)$-окрестности (т. е. $|x_0| < \delta(\varepsilon)$), то решение $x(t)$

---

* Это определение абсолютной устойчивости несущественно отличается от обычного, принятого, например, в монографии [1], где абсолютная устойчивость системы (1) означает асимптотическую устойчивость в целом равновесия $x = 0$ системы (1) при любой $\varphi(\sigma, t)$, удовлетворяющей неравенству (2). Отличие состоит в том, что в обычно принятом определении $\delta(\varepsilon)$ окрестность своя для каждой $\varphi(\sigma, t)$, т. е. $\delta = \delta[\varepsilon, \varphi(\sigma, t)]$, тогда как в определении, принятом в настоящей работе, δ зависит только от ε и не зависит от φ. Это обстоятельство исключает случай, когда для некоторой последовательности $\varphi_s(\sigma, t)$ величины $\delta[\varepsilon, \varphi_s]$ могут стремиться к нулю.

АиТ, 1970, № 1

инистерство высшего и
среднего специального
образования РСФСР

Ордена Трудового
Красного Знамени
Московский физико-
технический институт

Академия наук СССР.
Министерство приборостроения,
средств автоматизации и
систем управления СССР

Ордена Ленина Институт проблем
управления
(автоматики и телемеханики)

Е.С.Пятницкий

АБСОЛЮТНАЯ УСТОЙЧИВОСТЬ НЕЛИНЕЙНЫХ
УПРАВЛЯЕМЫХ СИСТЕМ

(вариационный подход)

Диссертация на соискание ученой степени
доктора технических наук

Москва–1970

Докторская диссертация, 1972

Абсолютно устойчивая система, не удовлетворяющая условиям частотного критерия Попова

УДК 62-503.4

О СУЩЕСТВОВАНИИ АБСОЛЮТНО УСТОЙЧИВЫХ СИСТЕМ, ДЛЯ КОТОРЫХ НЕ ВЫПОЛНЯЕТСЯ КРИТЕРИЙ В. М. ПОПОВА

Е. С. ПЯТНИЦКИЙ

(Москва)

Выделяется класс абсолютно устойчивых систем, для которых абсолютная устойчивость не может быть установлена с помощью частотного критерия В. М. Попова или, что то же, с помощью функции Ляпунова вида «квадратичная форма координат плюс интеграл от нелинейности».

Проблема абсолютной устойчивости нелинейных управляемых систем состоит, как известно [1], в определении условий, при которых положение равновесия $x = 0$ системы

$$\dot{x} = Ax + b\varphi(\sigma), \quad \sigma = (c, x), \quad \varphi(0) = 0 \tag{1}$$

асимптотически устойчиво в целом при любой непрерывной однозначной нелинейной функции $\varphi(\sigma)$, удовлетворяющей при всяком σ неравенству

$$0 \leqslant \varphi(\sigma)\sigma \leqslant k\sigma^2. \tag{2}$$

Совокупность таких функций $\varphi(\sigma)$ будем обозначать через N.

Центральным результатом в решении этой задачи является частотный критерий В. М. Попова [2]: если существует такое вещественное число q (без ограничения общности можно предполагать, что $q \geqslant 0$), что при всех $\omega \geqslant 0$ выполнено неравенство

$$\frac{1}{k} + \mathrm{Re}(1 + qi\omega)\, w(i\omega) > 0, \tag{3}$$

где $w(i\omega) = c'(A - i\omega E)^{-1}b$ — частотная характеристика линейной части системы (1), то система (1) абсолютно устойчива в классе N.

Критерий (3) нашел широкое применение в прикладных расчетах благодаря наглядности и простоте применения. Однако принципиальные возможности этого критерия остаются невыясненными. Он сформулирован и доказан только как достаточное условие абсолютной устойчивости *. Вопрос о том, является ли критерий В. М. Попова и необходимым условием абсолютной устойчивости, остается открытым, несмотря на многочисленные попытки установить необходимость этого критерия либо построить пример такой системы (1), абсолютно устойчивой в секторе $[0, k^*]$, что неравенство (3) не будет выполняться ни при каком вещественном q, если положить в (3) число $k = k^*$.

С указанным вопросом тесно связана проблема существования для системы (1) функции Ляпунова вида «квадратичная форма координат плюс

* Хотя заведомо существуют системы (1), для которых критерий В. М. Попова (3) является необходимым и достаточным условием абсолютной устойчивости ([1], стр. 119—120).

вспомогательные утверждения, полученные из вариационных соображений, использующих метод работ [6—8].

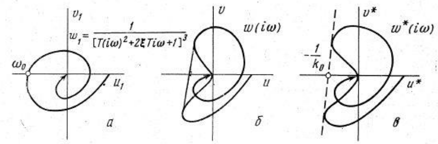
Пример. В качестве примера, показывающего, что все условия теоремы могут быть удовлетворены, рассмотрим систему (1) шестого порядка, заданную передаточной функцией линейной части

$$w(p) = \frac{(T_1^2 p^2 + 1)^2}{(T^2p^2 + 2\xi Tp + 1)^3} \quad (0 < \xi < 1), \tag{11}$$

где постоянная T_1 выбрана из условия $T_1\omega_0 = 1$, а (рис. 1, *а*)

$$3\arg(1 - T^2\omega_0^2 + 2\xi T i\omega_0) = \pi.$$

Система (11) не выраждена, т. е. ранг матриц (5), соответствующих системе (11), равен шести, так как числитель и знаменатель передаточной функции $w(p)$ не имеют общих множителей. Протекание видоизмененной



частотной характеристики $w^*(i\omega) = \mathrm{Re}\, w(i\omega) + i\omega\, \mathrm{Im}\, w(i\omega)$ для системы (11) показано на рис. 1, *в*. Из рис. 1, *б* и *в* непосредственно следует, что неравенство (6) определяет конечное число k^0, а линейная система устойчива при всех $\varphi = h\sigma$ $(h \geqslant 0)$ (точка Найквиста находится в нуле). Дробь $(1 + qp)w(p)$ несократима ни при каком вещественном q, так как знаменатель передаточной функции $(T^2p^2 + 2\xi Tp + 1)^3$ не имеет вещественных корней при $0 < \xi < 1$. И, наконец, для системы (11) выполняется соотношение (8), так как $[b, c] = \lim\limits_{p\to\infty} [pw(p)] = 0$.

Теорема и приведенный пример показывают, что критерий В. М. Попова является лишь достаточным условием абсолютной устойчивости, так как существуют системы (1), абсолютно устойчивые в секторе $[0, k^*]$, более широком, чем максимальный сектор $[0, k^0]$, который может быть найден с помощью критерия В. М. Попова, так как $k^* > k^0$, а при $k > k^0$ неравенство (6) не выполняется ни при каком вещественном q. Следовательно, и с помощью функции Ляпунова вида (4) нельзя установить абсолютную устойчивость системы (1) в секторе $[0, k^*]$ при $k^* > k^0$.

Таким образом, вопрос о необходимых и достаточных условиях абсолютной устойчивости системы (1) остается открытым, и задача определения этих условий продолжает оставаться одной из важных задач теории нелинейных регулируемых систем.

АиТ, 1973, № 1

Необходимые и достаточные условия абсолютной устойчивости в виде существования кусочно-квадратичных, кусочно-линейных функций Ляпунова, функций Ляпунова из класса форм четной степени, а также в виде разрешимости матричных уравнений

УДК 62-501.52

ФУНКЦИИ ЛЯПУНОВА, ОПРЕДЕЛЯЮЩИЕ НЕОБХОДИМЫЕ И ДОСТАТОЧНЫЕ УСЛОВИЯ АБСОЛЮТНОЙ УСТОЙЧИВОСТИ НЕЛИНЕЙНЫХ НЕСТАЦИОНАРНЫХ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ. I

МОЛЧАНОВ А. П., ПЯТНИЦКИЙ Е. С.

(Москва)

Установлено, что для равномерной абсолютной устойчивости нелинейных систем управления в классе нестационарных нелинейностей, удовлетворяющих секторным ограничениям, необходимо и достаточно существование единой (для изучаемого класса систем) строго выпуклой функции Ляпунова квазиквадратичного вида. Выделен параметрический класс простейших кусочно-квадратичных функций Ляпунова и непосредственно связанный с ним класс кусочно-линейных функций Ляпунова, также определяющих необходимые и достаточные условия абсолютной устойчивости рассматриваемых систем. Поверхностями уровня этих функций являются центрально-симметричные выпуклые многогранники.

1. Введение

Метод функций Ляпунова является одним из основных методов исследования абсолютной устойчивости нелинейных систем управления. При использовании этого метода центральное место занимает вопрос о выборе и построении соответствующей изучаемой системе функции Ляпунова с определенными свойствами. Поскольку класс функций, из которого следует выбирать функцию Ляпунова, устанавливающую необходимые и достаточные условия абсолютной устойчивости, заранее неизвестен, выделение таких классов представляет важную задачу.

В [1–4] было показано, что в случае параметрически возмущаемых линейных систем, к исследованию которых сводится [5, 6] задача о равномерной абсолютной устойчивости в классе нестационарных нелинейностей с секторными ограничениями, асимптотическая устойчивость может быть установлена с помощью единой (для всего рассматриваемого класса систем) функции Ляпунова.

В настоящей работе устанавливается общий вид функции Ляпунова, определяющей необходимые и достаточные условия абсолютной устойчивости систем с нестационарными нелинейностями, удовлетворяющими секторным ограничениям. Эта функция оказывается строго выпуклой. Свойство строгой выпуклости, в свою очередь, позволяет построить класс простейших кусочно-квадратичных функций, в котором всегда может быть выбрана функция Ляпунова, также устанавливающая необходимые и достаточные условия абсолютной устойчивости. Такие функции Ляпунова являются квадратами некоторых кусочно-линейных функций, а их поверхностями уровня являются центрально-симметричные выпуклые многогранники. Изложению этих результатов, тесно связанных с вариационным методом анализа задачи абсолютной устойчивости [5, 6], посвящена первая часть настоящей работы.

Во второй части работы, как и в [4], с помощью указанных выше кусочно-квадратичных функций строится функция Ляпунова из класса однородных форм четной степени. При этом, в отличие от [4], в настоящей работе однородная форма степени $2p$, устанавливающая необходимые и достаточные условия абсолютной устойчивости, допускает представление в виде суммы степеней однородных линейных форм с показателем $2p$.

АиТ, 1986, № 3

УДК 62-501.52

ФУНКЦИИ ЛЯПУНОВА, ОПРЕДЕЛЯЮЩИЕ НЕОБХОДИМЫЕ И ДОСТАТОЧНЫЕ УСЛОВИЯ АБСОЛЮТНОЙ УСТОЙЧИВОСТИ НЕЛИНЕЙНЫХ НЕСТАЦИОНАРНЫХ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ. II

МОЛЧАНОВ А. П., ПЯТНИЦКИЙ Е. С.

(Москва)

Показано, что для равномерной абсолютной устойчивости нелинейных систем управления в классе нестационарных нелинейностей, удовлетворяющих секторным ограничениям, необходимо и достаточно существования функции Ляпунова из класса форм четной степени специального вида. Получено обобщение этого результата и результатов первой части работы [1] на случай совокупности линейных нестационарных систем, коэффициенты которых могут изменяться в пределах заданных интервалов по заранее не известным законам. Приведен пример нелинейной системы второго порядка, для которой построена функция Ляпунова, устанавливающая полную область абсолютной устойчивости этой системы по параметру, определяющему класс нелинейностей.

1. Введение

В [1] изучались нелинейные системы управления, описываемые уравнениями

$$\dot{x} = Ax + \sum_{j=1}^{m} b^j\varphi_j(\sigma_j, t), \quad \sigma_j = (c^j, x) = \sum_{i=1}^{n} c_i^j x_i, \tag{1}$$

$$\varphi_j(0, t) = 0, \ j = \overline{1, m},$$

где $x \in R^n$ – n-мерный вектор состояния системы, A – постоянная $(n \times n)$-матрица, b^j и c^j $(j = \overline{1, m})$ – постоянные n-мерные векторы. Рассматривался вопрос о существовании и общем виде функций Ляпунова, с помощью которых могут быть установлены необходимые и достаточные условия равномерной абсолютной устойчивости системы (1) в классе N нестационарных нелинейностей $\varphi(\sigma, t) = \|\varphi_j(\sigma_j, t)\|_{j=1}^{j=m}$, удовлетворяющих секторным ограничениям $k_{1j}\sigma_j^2 \leqslant \varphi_j(\sigma_j, t)\sigma_j \leqslant k_{2j}\sigma_j^2$ $(j = \overline{1, m})$.

Приведенные в [1] теоремы, гарантирующие существование для абсолютно устойчивой системы (1) функции Ляпунова с определенными свойствами, одновременно позволяют установить принадлежность этих функций вполне определенным функциональным классам. В частности, в [1] был выделен параметрический класс простейших кусочно-квадратичных функций Ляпунова вида

$$v(l, x) = \max_{1 \leqslant \nu \leqslant M} \{(l^\nu, x)^2\}, \quad \operatorname{rank} \| l^1, l^2, \ldots, l^M \| = n \leqslant M, \tag{2}$$

определяющих необходимые и достаточные условия абсолютной устойчивости системы (1).

Заметим, что все рассмотренные в [1] функции Ляпунова относятся к классу выпуклых функций. Поскольку выпуклые функции, вообще говоря, не являются непрерывно дифференцируемыми функциями (как, например, функция (2)), то естественно возникает вопрос о существовании в этом случае функций Ляпунова с непрерывными частными производными. Положительный ответ на этот вопрос получен в [2, 3]. В частно-

АиТ, 1986, № 4

УДК 62-501.52

ФУНКЦИИ ЛЯПУНОВА, ОПРЕДЕЛЯЮЩИЕ НЕОБХОДИМЫЕ И ДОСТАТОЧНЫЕ УСЛОВИЯ АБСОЛЮТНОЙ УСТОЙЧИВОСТИ НЕЛИНЕЙНЫХ НЕСТАЦИОНАРНЫХ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ. III

МОЛЧАНОВ А. П., ПЯТНИЦКИЙ Е. С.

(Москва)

Для нелинейных систем управления с несколькими нестационарными нелинейностями, удовлетворяющими секторным ограничениям, получены необходимые и достаточные условия абсолютной устойчивости в терминах разрешимости некоторой системы матричных уравнений. В аналогичной форме установлены необходимые и достаточные условия асимптотической устойчивости линейных стационарных систем и дифференциальных включений специального вида.

1. Введение

В [1, 2] были установлены критерии равномерной абсолютной устойчивости нелинейных нестационарных систем и критерии равномерной асимптотической устойчивости совокупности линейных нестационарных систем в форме условий существования функций Ляпунова из определенных функциональных классов с отрицательно определенной производной. В частности, было показано [1], что необходимые и достаточные условия абсолютной устойчивости могут быть получены с помощью простейших кусочно-квадратичных функций Ляпунова, поверхностями уровня которых являются центрально-симметричные выпуклые многогранники.

В настоящей работе, являющейся продолжением [1, 2], устанавливается, что при использовании таких функций Ляпунова необходимые и достаточные условия абсолютной устойчивости могут быть сформулированы в форме условий существования решений (с определенными свойствами) специальной системы матричных уравнений. Как частный случай этих условий получены, по-видимому, новые необходимые и достаточные условия асимптотической устойчивости линейных стационарных систем. Затем эти условия обобщаются на случай одного класса дифференциальных включений, к исследованию которых сводится задача о равномерной асимптотической устойчивости совокупности линейных нестационарных систем, рассмотренная в [2].

2. Алгебраический критерий абсолютной устойчивости

В [1] показано, что для абсолютной устойчивости системы

$$\dot{x} = Ax + \sum_{j=1}^{m} b^j\varphi_j(\sigma_j, t), \quad x = \|x_i\|_{i=1}^{i=n} \in R_x^n \tag{1}$$

в классе N нестационарных нелинейностей $\varphi(\sigma, t) = \|\varphi_j(\sigma_j, t)\|_{j=1}^{j=m}$, удовлетворяющих секторным ограничениям, или, что то же, для асимптотической устойчивости нулевого решения $x(t) \equiv 0$ эквивалентной ей системы дифференциальных включений ((4) в [1])

$$\dot{x} \in F(x), \quad F(x) = \left\{ y : y = Ax + \sum_{j=1}^{m} b^j\lambda_j(c^j, x), \quad \lambda_j \in [k_{1j}, k_{2j}], \quad j = \overline{1, m} \right\} \tag{2}$$

АиТ, 1986, № 5

Критерии абсолютной устойчивости в форме численных процедур

Детерминированные системы

УДК 62-501.52

ГРАДИЕНТНЫЙ МЕТОД ПОСТРОЕНИЯ ФУНКЦИЙ ЛЯПУНОВА В ЗАДАЧАХ АБСОЛЮТНОЙ УСТОЙЧИВОСТИ

КАМЕНЕЦКИЙ В. А., ПЯТНИЦКИЙ Е. С.

(Москва)

Задача построения функций Ляпунова из класса квадратичных форм, обеспечивающих абсолютную устойчивость систем автоматического управления, сводится к задаче отыскания седловых точек функции, которая не является выпукло-вогнутой. Для ее решения предлагается использовать градиентный алгоритм. Установлена сходимость алгоритма.

1. Введение

В работе рассматривается задача об абсолютной устойчивости нелинейных систем управления (как непрерывных, так и дискретных) с несколькими нелинейными нестационарными элементами.

Относительно характеристик нелинейных элементов предполагается, что они удовлетворяют секторным ограничениям [1].

Задача решается с помощью функций Ляпунова

$$v(x)=x'Lx,\ L=L'=\|l_{ij}\|_1^n \tag{1}$$

из класса квадратичных форм.

При рассмотрении задачи о существовании функции Ляпунова (1), обеспечивающей абсолютную устойчивость (или неустойчивость), возможны два подхода.

Первый подход связан с проверкой частотных условий абсолютной устойчивости, которые одновременно являются условиями существования искомой функции Ляпунова. В случае систем управления с несколькими нелинейностями такая проверка связана с отысканием неизвестных параметров, которые входят в формулировку частотных критериев. Частотные критерии абсолютной устойчивости, полученные с помощью процедуры [1—4], определяют лишь достаточные условия, при которых существует функция Ляпунова (1). Эти критерии содержат меньшее число неизвестных параметров, чем частотные критерии абсолютной устойчивости [5, 6], которые определяют необходимые и достаточные условия существования функции Ляпунова (1).

Второй подход связан с непосредственным определением неизвестных элементов матрицы L, задающих функцию Ляпунова (1), с помощью специальных поисковых алгоритмов. Этот подход применительно к задачам абсолютной устойчивости (или неустойчивости) рассматривался в [7, 8]. В настоящей работе второй подход используется для построения новых критериев абсолютной устойчивости в форме численных процедур.

АиТ, 1987, № 7

Связь абсолютной устойчивости и периодических движений нелинейных систем

УДК 62-501.52

Е. С. ПЯТНИЦКИЙ, д-р техн. наук
(Институт проблем управления, Москва),
Л. Б. РАПОПОРТ, канд. физ.-мат. наук
(ВНИИЭТО, Москва)

ПЕРИОДИЧЕСКИЕ ДВИЖЕНИЯ И КРИТЕРИИ АБСОЛЮТНОЙ УСТОЙЧИВОСТИ НЕЛИНЕЙНЫХ НЕСТАЦИОНАРНЫХ СИСТЕМ

В работах [1—3] установлено, что при граничном значении параметра k, задающего сектор изменения нелинейностей в задаче абсолютной устойчивости, для систем второго и третьего порядка возникают периодические движения. Использование предельной системы в совокупности с указанным результатом приводит к эффективным необходимым и достаточным условиям абсолютной устойчивости.

В настоящей работе содержится дальнейшее обобщение этого результата на системы произвольного порядка. Установлено, что вблизи граничного значения параметра k в системах с инвариантным конусом существуют периодические движения. Наличие таких движений демонстрирует еще одно свойство абсолютно устойчивых нелинейных систем, аналогичное свойствам стационарных линейных асимптотически устойчивых систем. Показано, что любой системе управления рассматриваемого вида можно поставить в соответствие систему с инвариантным конусом, эквивалентную исходной системе в смысле абсолютной устойчивости.

1. Введение

В работе [1] было установлено, что при граничном значении параметра k, задающего сектор изменения нелинейностей в задаче абсолютной устойчивости, для систем второго порядка возникают периодические движения. Распространение этого результата на системы третьего порядка получено в работе [2] и основано на теореме существования инвариантной функции [3]. Полученное в работах [1—3] свойство границы абсолютной устойчивости лежит в основе эффективных необходимых и достаточных условий абсолютной устойчивости нелинейных нестационарных систем управления [1, 3].

Результат работы [1] означает, что в двумерном случае наихудшими с точками зрения близости к границе абсолютной устойчивости являются периодические кусочно-постоянные управления, принимающие два граничных значения и имеющие одно переключение за период. Для любого начального условия существует такое периодическое управление указанного класса, что соответствующее решение системы периодично.

В работе [2] для трехмерного случая доказано, что на границе абсолютной устойчивости в системе управления также существует периодическое решение. Указанное решение реализуется периодическим кусочно-постоянным управлением, которое принимает только два значения, и имеет конечное число переключений за период. В силу этого и в трехмерном случае получены необходимые и достаточные условия абсолютной устойчивости. В отличие от двумерного случая количество переключений за период неизвестно.

В настоящей работе рассматривается случай произвольной размерности. Показано, что за границей абсолютной устойчивости и как угодно близко к ней у системы существует периодическое решение, отвечающее кусочно-постоянному периодическому управлению. Как и в рассмотренных ранее частных случаях, использование этого факта приводит к необходимым и достаточным условиям абсолютной устойчивости. Этот результат сначала устанавливается для систем, которые имеют инвариантный конус [4]. Затем результат распространяется на общий случай систем. С этой целью с помощью нелинейного преобразования Брокетта [5, 6] исходной системе ставится в соответствие новая система, имеющая инвариантный конус и эквивалентная исходной в смысле абсолютной устойчивости (т. е. исходная система и новая могут быть абсолютно устойчивы лишь одновременно).

АиТ, 1991, № 10

Основы теории разрывных систем

Дискретные системы

УДК 62-50:519.2

ОСНОВЫ ТЕОРИИ РАЗРЫВНЫХ СИСТЕМ. I

М. А. АЙЗЕРМАН, Е. С. ПЯТНИЦКИЙ

(Москва)

В связи с теорией релейных систем, систем переменной структуры, реализацией законов оптимального управления и иных разрывных систем управления изучается общая теория разрывных систем. В первой части работы вводится определение решения разрывной системы и показывается, что при таком определении все основные свойства решений дифференциальных уравнений с непрерывной правой частью (кроме единственности решения) обобщаются на разрывные системы. Во второй части показывается, каким образом из этого определения решений может быть получено доопределение разрывной задачи во всех точках поверхностей разрыва и в точках их пересечений.

1. Постановка задачи и история вопроса

В теории автоматического регулирования, так же как и в иных областях, часто возникают задачи, которые в принятой идеализации описываются системой дифференциальных уравнений с разрывными (кусочно-непрерывными) правыми частями.

В основу этой работы положено рассмотрение разрывных задач, возникающих в связи с наличием в системе элементов (или в связи с учетом физических явлений), которые в принятой идеализации рассматриваются как функциональные преобразователи с разрывной характеристикой:

$$y=u(x, t)$$

Функция $u(x, t)$ определяется следующим формальным разрывным описанием: в n-мерном евклидовом пространстве $\{x\}$ задана, быть может зависящая от времени t, область $G(t)$, разбитая достаточно гладкой поверхностью $\psi(x, t)=0$ (далее она называется «поверхностью разрыва») на две подобласти (далее они называются «секторами непрерывности»); заданы достаточно гладкие функции $u^+(x, t)$ и $u^-(x, t)$, определенные во всех точках первого и второго сектора непрерывности соответственно и на его границах; функция $u(x, t)$, характеризующая рассматриваемый элемент (или явление), совпадает с $u^+(x, t)$ и $u^-(x, t)$ в соответствующем секторе непрерывности.

Заданная таким описанием характеристика элемента $u(x, t)$ непрерывна внутри любого сектора непрерывности, а в точках поверхности $\psi(x, t)=0$ терпит разрыв. Условимся говорить, что такое описание задает **разрывное ядро.**

Примером элементов, приводящих к разрывному ядру, являются двухпозиционные реле, а примером явлений, для которых разрывное ядро задает описание,— сила сухого трения, подчиняющаяся закону Кулона.

Система может содержать несколько, например, l разрывных ядер. В таких случаях $u(x, t)$ является вектор-функцией — каждая ее составляющая $u_i(x, t)$ задается так, как это было выше описано, и терпит раз-

АиТ, 1974, № 7

Дискретные системы

УДК 62-50:519.2

ОСНОВЫ ТЕОРИИ РАЗРЫВНЫХ СИСТЕМ. II

М. А. АЙЗЕРМАН, Е. С. ПЯТНИЦКИЙ

(Москва)

Понятие о решении разрывных систем, введенное в первой части работы [1], используется для доопределения фазовых скоростей в любых точках поверхностей разрыва. С этой целью вводятся репрезентативные уравнения и доказывается основная теорема, устанавливающая, что множество всех решений разрывной системы (в смысле определения решения, введенного в первой части работы) совпадает с множеством всех решений (в обычном, классическом понимании этого термина) репрезентативных уравнений.

1. Репрезентативная система уравнений

В первой части работы [1] изучались разрывные динамические системы, описываемые дифференциальными уравнениями, заданными в области G пространства $\{x\}$ при $t\in[t_0, t_0+T]$

$$\dot{x}=F(x, y, t), \tag{1}$$

где x — n-мерный вектор, F — непрерывная по всем аргументам вектор-функция, а y — l-мерный вектор разрывных ядер. Каждое такое ядро y_i $(i=1, \ldots, l)$ задается функциями $u_i^+(x, t)$ и $u^-(x, t)$, непрерывными в обоих «секторах непрерывности», на которые в момент t область G пространства $\{x\}$ разбивается поверхностью разрыва $\psi_i(x, t)=0$.

Обычное определение решения как функции, тождественно удовлетворяющей уравнениям (1), лишено смысла для разрывных систем (1), и в разделе 2 работы [1] было сформулировано основное определение: решением системы (1) называется множество X пределов всех решений последовательностей уравнений, с определенной всюду правой частью

$$\dot{x}=F(x, y^\nu, t), \tag{2}$$

где $y^\nu=u^\nu(x, t)$ — бесконечная последовательность непрерывных функций, выбираемая произвольно, лишь бы были удовлетворены условия 1°, 2° и 3°, сформулированные в разделе 2 работы [1].

В разделе 1 данной работы поставим следующую задачу: найти такую систему (или совокупность систем) дифференциальных уравнений, для которых решения системы (1), в смысле нашего основного определения,

$$x(t; x^0, t_0)\in X$$

и только они, являются решением в обычном понимании — при подстановке в такую систему уравнений обращают их в тождества почти всюду. Системы уравнений, обладающие таким свойством, назовем репрезентативными.

Следуя терминологии и обозначениям, введенным в разделе 2, для каждого разрывного ядра y определим две непрерывные скалярные функции $a_i(x, t)$ и $b_i(x, t)$ так, как это было описано в первой части работы.

Наряду с разрывной системой (1) рассмотрим систему, выписанную уже относительно новых переменных z, в которой вектор $\dot{z}$ всюду определен

АиТ, 1974, № 8

Обоснование метода гармонического баланса

Детерминированные системы

УДК 62-50

МАЛЫЙ ПАРАМЕТР В ПРОБЛЕМЕ ОБОСНОВАНИЯ МЕТОДА ГАРМОНИЧЕСКОГО БАЛАНСА (В СЛУЧАЕ ГИПОТЕЗЫ ФИЛЬТРА). I

Э. М. БРАВЕРМАН, С. М. МЕЕРКОВ, Е. С. ПЯТНИЦКИЙ

(Москва)

Найдены условия, при которых решения, получаемые методом гармонического баланса для систем автоматического регулирования с существенной нелинейностью, на конечном интервале времени мало отличаются от точного решения. Эти условия можно интерпретировать как обоснование использования метода гармонического баланса для расчета нелинейных систем автоматического регулирования.

Метод гармонического баланса в теории автоматического регули
ния используется для приближенного определения периодических
ний систем дифференциальных уравнений вида:

(1) $\dot{\mathbf{x}}=A\mathbf{x}+b[f(x_1)+F\sin\Omega t]$,

где $\mathbf{x}$ и b — векторы, A — постоянная квадратная матрица, f — скаля
функция, а F и Ω — неотрицательные числа. В случае $F=0$ периодич
ми решениями являются автоколебания в соответствующей автоно
системе, а при $F\neq 0$ — колебания, устанавливающиеся в системе при
из-за внешнего гармонического возмущения.

При использовании метода гармонического баланса система (1)
исключения переменных $x_2,\ldots,x_n$ записывается в форме дифференц
ного уравнения относительно «выходной координаты» $x=x_1$:

(2) $W(p)[f(x)+F\sin\Omega t]=x$,

где $W(p)$ — дробно-рациональная функция оператора $p=d/dt$ (перед
ная функция линейной части системы), и периодическое решение и
в простейшем случае в форме гармонической функции

(3) $x=A_1\sin(\omega t+\gamma_1)$.

При этом в случае $F=0$ принимается $\gamma_1=0$ и определению под
A_1 и ω, а в случае $F\neq 0$ принимается $\omega=\Omega$ и определяются A_1 и γ_1. И
вместо (3) периодическое решение ищется в более общем виде — в
конечного отрезка ряда Фурье

(4) $x=\sum_{k=0}^{N}A_k\sin(k\Omega t+\gamma_k)$.

В любом случае метод состоит в том, что функция (3) или (4)
средственно подставляется в уравнение (2), функция $f(x)$, которая
зывается при этом периодической, раскладывается в ряд Фурье, и
удерживается лишь одна первая или первые N гармоник соответст
а затем приравниваются члены, содержащие одинаковые гармоники.
тературе описаны различные приемы решения получаемых в резул

АиТ, 1975, № 1

Детерминированные системы

УДК 62–501

МАЛЫЙ ПАРАМЕТР В ПРОБЛЕМЕ ОБОСНОВАНИЯ МЕТОДА ГАРМОНИЧЕСКОГО БАЛАНСА (В СЛУЧАЕ ГИПОТЕЗЫ ФИЛЬТРА). II

Э. М. БРАВЕРМАН, С. М. МЕЕРКОВ, Е. С. ПЯТНИЦКИЙ

(Москва)

Найдена оценка точности метода гармонического баланса в случае релейной обратной связи (на конечном интервале времени).

В первой части работы (см. [1]) были найдены условия применимости и оценка точности метода гармонического баланса в случае, когда функция обратной связи удовлетворяет условию Липшица. В настоящей части работы метод гармонического баланса обосновывается (в смысле, указанном в [1]) для случая релейных обратных связей *.

1. Условия применимости и оценка точности метода гармонического баланса в случае релейной обратной связи

Как и в [1], изучается поведение системы автоматического регулирования, описываемой дифференциальным уравнением

(1) $W(p)[f(x)+F\sin\Omega t]=x,\quad p=\dfrac{d}{dt}$

где $W(p)$ — передаточная функция линейной части системы, $f(x)$ — нелинейная скалярная функция, характеризующая обратную связь, а $F\sin\Omega t$ — внешнее возмущение.

В [1] в качестве основных условий применимости метода гармонического баланса к системе (1) фигурируют следующие условия:

1°. Разность r порядков полиномов в знаменателе и числителе передаточной функции $W(p)$ не менее двух, т. е. $r\geqslant 2$.

2°. Фильтр $W(p)$ устойчив, т. е. все полюсы функции $W(p)$ расположены слева от мнимой оси.

3°. Функция обратной связи $f(x)$ удовлетворяет условию Липшица

$$|f(x')-f(x'')|\leqslant L|x'-x''|,\quad x',x''\in(-\infty,\infty).$$

Условия 1° и 2° относятся к линейной части системы, а условие 3° — к свойствам обратной связи. Условие 3° исключает разрывные функции, в частности релейные обратные связи. Поэтому представляет интерес выяснить, каким образом можно избавиться от требования 3°, предъявляемого к функции $f(x)$ (возможно, за счет усиления требований к линей-

* Обратим внимание, что известные примеры [2], в которых метод гармонического баланса дает качественно неверный результат, относятся как раз к случаю, когда обратная связь имеет релейный характер.

АиТ, 1975, № 2

Задачи оптимального управления с фазовыми ограничениями

УДК 517.977.5

© 1992 г. А.В. БОГАТЫРЕВ, канд. физ.-мат. наук,
Е.С. ПЯТНИЦКИЙ, д-р техн. наук
(Институт проблем управления РАН, Москва)

ОБОБЩЕННЫЕ УРАВНЕНИЯ ГАМИЛЬТОНА–ЯКОБИ–БЕЛЛМАНА В ЗАДАЧАХ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ ПРИ НАЛИЧИИ ФАЗОВЫХ ОГРАНИЧЕНИЙ. I

Для функции оптимального результата в задаче оптимального управления с терминальным критерием качества и ограничениями на фазовые координаты изучаются необходимые условия в форме обобщенных уравнений Гамильтона–Якоби–Беллмана, которые представляют собой систему дифференциальных неравенств. Показано, что, в отличие от задачи, когда фазовые ограничения отсутствуют, справедливо лишь одно из этих неравенств. Приведем пример, иллюстрирующий причину нарушения второго неравенства.

1. Введение

В задачах оптимального управления функция Беллмана (имеется в виду функция оптимального результата или время наискорейшего попадания на целевое множество) часто оказывается негладкой и для нее обычный вид уравнения Беллмана теряет смысл. Активно развиваемый в последние годы аппарат негладкого анализа позволяет выписывать условия, которым в задачах оптимального управления при отсутствии ограничений на фазовые координаты удовлетворяет в каждой точке пространства состояний недифференцируемая функция Беллмана [1–9]. Полученные соотношения называют обобщенными уравнениями Гамильтона–Якоби–Беллмана. Оказывается, что при наличии фазовых ограничений подобные соотношения в каждой точке могут не иметь места. В настоящей статье для задач с фазовыми ограничениями изучаются условия, которые позволяют избегать таких нежелательных ситуаций, и развивается подход к получению необходимых условий оптимальности в форме обобщенных уравнений Гамильтона–Якоби–Беллмана.

2. Постановка задачи

Рассмотрим управляемую систему, движение которой описывается дифференциальными уравнениями

(1) $\dot{x}=f(x,u(t)),\quad x=\in\mathbb{R}^n,\ u(t)\in U\subset\mathbb{R}^m,\ 0\leqslant t\leqslant T.$

Для системы (1) будем исследовать терминальную задачу оптимального управления, когда требуется найти допустимое управление $u\in U$, при котором на решении системы (1) достигается минимум функционала

(2) $\sigma(x(T))\Rightarrow\min.$

Предположим, что на фазовые координаты системы (1) наложены ограничения. В последующих разделах будет рассмотрен общий случай, когда ограничения задаются

АиТ, 1992, № 10

УДК 517.977.5

© 1992 г. А.В. БОГАТЫРЕВ, канд. физ.-мат. наук,
Е.С. ПЯТНИЦКИЙ, д-р техн. наук
(Институт проблем управления РАН, Москва)

ОБОБЩЕННЫЕ УРАВНЕНИЯ ГАМИЛЬТОНА – ЯКОБИ – БЕЛЛМАНА В ЗАДАЧАХ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ ПРИ НАЛИЧИИ ФАЗОВЫХ ОГРАНИЧЕНИЙ. II

Для задачи оптимального управления с фазовыми ограничениями получены условия, при которых функция оптимального результата и время быстродействия удовлетворяют обобщенным уравнениям Гамильтона – Якоби – Беллмана.

1. Введение

Настоящая работа является продолжением [1] и посвящена получению необходимых условий, которым удовлетворяет функция оптимального результата в задачах управления.

Рассмотрим задачу оптимального управления

(1) $\dot{x}=f(x,u(t)),\quad x\in\mathbb{R}^n,\ u(t)\in U\subset\mathbb{R}^m,\ 0\leqslant t\leqslant T$

с терминальным критерием

(2) $\sigma(x(T))\Rightarrow\min$

и ограничениями, наложенными на фазовые переменные

(3) $x(t)\in G.$

Для простоты, как и в [1], будем считать, что множества допустимых векторов скоростей $f(x,U)=\{f\mid f=f(x,u),\ u\in U\}$ выпуклы и компактны. В дальнейшем будем также полагать, что функция $f(x,u)$ непрерывна по совокупности переменных и удовлетворяет по x локальному условию Липшица.

Напомним, что функцией оптимального результата для задачи (1)–(3) называется функция $\varphi(t,\xi)$ $(0\leqslant t\leqslant T,\ \xi\in\mathbb{R}^n)$, принимающая числовые значения

$$\varphi(t,\xi)=\inf\{\sigma(x(T))\mid x(\cdot)-\text{решение системы (1), (3)},\ x(t)=\xi\}.$$

В том случае, если начальные условия $x(t)=\xi$ таковы, что для них не существует решения, продолжимого на интервал времени $[t,T]$ (например, в случае $\xi\notin G$), значение $\varphi(t,\xi)$ будем полагать равным $+\infty$.

Как показано в [1], попытка освободиться от фазовых ограничений за счет перехода к редуцированному дифференциальному включению $\dot{x}\in f(x,U)\cap T_G^-(x)$ на G обречена, вообще говоря, на неудачу. Гарантированно можно обеспечить [1] лишь неравенство

(4) $\inf\{D^+\varphi[(t,x);\ (1,f)]\mid f\in f(x,U)\cap T_G^-(x)\}\leqslant 0.$

Здесь D^+ – верхняя и производные функции φ в точке (t,x) в направлении $(1,f)$, а $T_G^-(x)$ – нижний касательный конус к G в точке x (см. [1]).

В настоящей работе получены условия, при которых функция оптимального результата удовлетворяет дополнительному неравенству

(5) $\sup\{D^-(-\varphi)[(t,x);\ (1,f)]\mid f\in f(x,U)\cap T_G^-(x)\}\leqslant 0$

(D^- – нижняя производная функции φ [1]).

АиТ, 1992, № 11

Синтез управления методом стабилизирующих пар

УДК 62-501.55

© 1993 г. **Е.С. ПЯТНИЦКИЙ, д-р техн. наук**
(Институт проблем управления РАН, Москва)

СИНТЕЗ СИСТЕМ СТАБИЛИЗАЦИИ ПРОГРАММНЫХ ДВИЖЕНИЙ НЕЛИНЕЙНЫХ ОБЪЕКТОВ УПРАВЛЕНИЯ

Для нелинейных управляемых систем получены нелокальные необходимые и достаточные условия существования стабилизирующих пар: допустимого стабилизирующего управления и функции Ляпунова, устанавливающей асимптотическую устойчивость нулевого решения соответствующей замкнутой системы в отклонениях, или, что то же, заданного программного движения. Рассмотрены задача стабилизации программных движений при неполной информации о векторе состояния, когда некоторые координаты объекта управления недоступны измерению, задача стабилизации при наличии фазовых ограничений и стабилизации по части переменных. Все результаты распространены на дискретные системы. Развит конструктивный метод построения стабилизирующих пар, использующий переход к конечной системе неравенств с последующим применением ЭВМ. Результаты могут быть использованы при создании САПР нелинейных систем управления.

1. Введение

Проблема синтеза законов управления является одной из центральных задач теории и практики управления. Под синтезом управлений обычно понимают нахождение такой зависимости управляющих воздействий от обобщенных координат объекта и, возможно, от времени, чтобы он двигался в соответствии с целью управления. Различие в постановках задачи синтеза связано с различием в формулировке цели управления. Исторически первой и ставшей теперь классической является задача стабилизации программных движений, когда цель управления состоит в изменении обобщенных координат объекта по заданному закону. Несмотря на значительный объем теоретических и прикладных исследований, эта проблема еще далека от своего завершения. Настоящая работа посвящена проблеме нелокальной стабилизации программных движений в указанной классической постановке, т.е. при конечных отклонениях в ограниченной области G пространства состояний, без каких-либо дополнительных упрощающих предположений.

При решении задачи синтеза стабилизирующих управлений задается ограниченное замкнутое множество U, в пределах которого могут изменяться допустимые управления u. Множество U, которое далее для простоты будет предполагаться выпуклым, характеризует ресурс управляющих воздействий, который при проектировании системы выделяется для целей стабилизации. Поэтому учет ограничений на управление $u \in U$ является одним из существенных моментов решения задачи синтеза.

Методы построения стабилизирующих управлений, развитые в теории автоматического регулирования, в основном связаны с решением задачи поддержания регулируемой величины на заданном постоянном уровне (а не изменения ее по

Введем в рассмотрение неравенство в частных производных первого порядка

$$L\{\upsilon(x,t)\} \triangleq \frac{\partial \upsilon}{\partial t} + \min_{u\in U}\left(\frac{\partial \upsilon}{\partial x}, f(x,u,t)\right) < 0, \tag{12}$$
$$x \in G, \quad x \neq 0, \quad t \geqslant t_0.$$

Теорема 1. Для того чтобы система (1) была стабилизируемой в области G, необходимо и достаточно, чтобы в G существовало допускающее бесконечно малый высший предел положительно определенное решение $\upsilon(x, t)$ неравенства (12). Каждое такое решение определяет стабилизирующую пару вида

$$s = \left\{\upsilon(x,t); u(x,t), U(x,t) \in U_\upsilon(x,t) = \operatorname{Arg}\min_{u\in U}\left(\frac{\partial \upsilon}{\partial x}, f(x,u,t)\right)\right\}, \tag{21}$$

где через $U(x, t)$ обозначено множество значений полунепрерывной сверху функции $u(x, t)$, а полунепрерывное сверху множество $U_\upsilon(x, t)$ определено соотношением (16).

АиТ, 1993, № 7

Численное построение функций Ляпунова

УДК 681.5.037.26

© 1994 г. **И.В. ДЬЯЧЕНКО, канд. физ.-мат. наук,**
А.П. МОЛЧАНОВ, канд. физ.-мат. наук,
Е.С. ПЯТНИЦКИЙ, д-р техн. наук
(Институт проблем управления РАН, Москва)

ЧИСЛЕННЫЙ МЕТОД ПОСТРОЕНИЯ ФУНКЦИЙ ЛЯПУНОВА И АНАЛИЗ УСТОЙЧИВОСТИ НЕЛИНЕЙНЫХ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ НА ЭВМ

Рассматривается проблема построения функций Ляпунова в задаче анализа устойчивости состояния равновесия нелинейных стационарных систем. Задача построения функции Ляпунова в области с выколотой окрестностью нуля сведена к задаче линейного программирования. Разработаны алгоритмы проверки выполнения свойств функции Ляпунова, построенной с использованием сеточного метода, в рассматриваемой области.

Предлагаемый метод численного построения функций Ляпунова позволяет получить условия асимптотической устойчивости, экспоненциальной устойчивости, абсолютной устойчивости, а также устойчивости систем, описываемых дифференциальными включениями.

Все результаты допускают распространение на дискретные системы, описываемые уравнениями в конечных разностях.

1. Введение

Метод функций Ляпунова является одним из наиболее эффективных методов анализа устойчивости нелинейных динамических систем. Значение этого метода не исчерпывается только возможностью установления свойства устойчивости или неустойчивости невозмущенного движения исследуемой системы. Помимо факта устойчивости функции Ляпунова позволяют также установить ряд дополнительных свойств динамических систем.

Построение функций Ляпунова в заданной области фазового пространства нелинейной системы представляет собой трудную проблему, так как неизвестен заранее даже класс, в котором следует искать нужную функцию. Общая проблема построения функций Ляпунова в области G, содержащей состояние равновесия $\mathbf{x} = \mathbf{0}$ (соответствующее невозмущенному движению) в качестве внутренней точки, не решена до сих пор.

Задача анализа устойчивости нулевого решения системы дифференциальных уравнений в отклонениях (от невозмущенного движения)

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}), \quad \mathbf{f}(\mathbf{0}) = \mathbf{0}, \quad \mathbf{x} = (\mathbf{x}_i)_{i=1}^n \tag{1}$$

естественно разделяется на две отдельные задачи. Первая задача связана с исследованием асимптотической устойчивости тривиального решения по Ляпунову (т. е. в малом) [1], а вторая задача состоит в построении нелокальной инвариантной области притяжения, т. е. множества точек, не выходя из которого, решение сходится к началу координат.

Разумеется, прямой метод позволяет решить обе эти задачи с помощью единой функции Ляпунова, но при этом возникают указанные выше трудности, связанные с построением необходимой функции Ляпунова.

В то же время задачу об асимптотической устойчивости в малом в некоторых случаях можно решить, используя, например, анализ линейного приближения. Поэтому в случае, когда начало координат $\mathbf{x} = \mathbf{0}$ асимптотически устойчиво в малом,

В качестве параметрического класса функций, в котором будут строиться функции Ляпунова, рассмотрим класс полиномов

$$v_p(\mathbf{x}) = \sum_{s=1}^{N_p} \alpha_s \varphi_s(\mathbf{x}), \tag{11}$$

$$\gamma = \min_{|\alpha_s| \leqslant 1} \max_{\mathbf{x}\in\Gamma} \max\left\{-\sum_{s=1}^{N_p} \alpha_s \varphi_s(\mathbf{x}); \sum_{s=1}^{N_p} \alpha_s \psi_s(\mathbf{x})\right\} < 0. \tag{14}$$

АиТ, 1994, № 4

Управление в механических системах

Минимаксный принцип механики

УДК 519.863:531.01 МАТЕМАТИКА

Н.А. БОГАТЫРЕВА, Е.С. ПЯТНИЦКИЙ

МИНИМАКСНЫЙ ПРИНЦИП МЕХАНИКИ И ЕГО ПРИМЕНЕНИЕ К ЗАДАЧАМ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ

(Представлено академиком Л.С. Понтрягиным 2 VII 1987)

1. Принцип Гамильтона [1] дает вариационное описание решений краевой задачи для уравнений механики (в форме Лагранжа)

$$(1)\qquad \frac{d}{dt}\frac{\partial L}{\partial \dot q_i} - \frac{\partial L}{\partial q_i} = 0, \qquad L = L(q, \dot q, t), \quad q = \| q_i \|_{i=1}^{n}, \qquad i = 1, \ldots, n,$$

с граничными условиями вида

$$(2)\qquad q(t) \in A[a, t_0; b, t_1] = \{ q(t) : q(t) \in C^1[t_0, t_1],\ q(t_0) = a,\ q(t_1) = b \}.$$

На решениях уравнений (1) при условиях (2) действие по Гамильтону

$$(3)\qquad W[q(t)] = \int_{t_0}^{t_1} L(q(t), \dot q(t), t)\, dt$$

имеет стационарное значение по сравнению с W на $A[a, t_0;\ b, t_1]$.

В задачах механики существенный интерес представляет вариационное описание решений уравнений (1) с условиями общего вида

$$(4)\qquad q(t) \in B = \{ q(t) : q(t) \in C^1, h_\nu(q(\xi_j), \dot q(\xi_j)) = 0,\ j = 1, \ldots, k,\ \nu = 1, \ldots, m,\\ t_0 = \xi_0 \leqslant \xi_1 \ldots \leqslant \xi_k = t_1 \},$$

задающими ограничения не только на значения координат q, но и на значения скоростей $\dot q$. С помощью таких принципов можно получить вариационное описание решений всевозможных краевых задач для уравнений механики (1) и, в частности, задачи Коши, задачи о периодических движениях и т.д. В задачах оптимального управления механическими системами вариационное описание движения $q(t)$ позволяет освободиться от дифференциальных связей и перейти к задаче математического программирования об экстремуме критерия качества на множестве, где другой функционал, задающий движение $q(t)$, принимает экстремальное значение.

2. Везде далее предполагается, что функция Лагранжа $L(q, \dot q, t)$ является строго выпуклой функцией переменных $\dot q_i$, $i = 1, \ldots, n$.

Сначала рассмотрим простейший случай, когда краевая задача для уравнений (1) с условиями (2) имеет единственное решение для любых a, b, $t_1 > t_0$. Введем в рассмотрение неотрицательный функционал

$$(5)\qquad V[z(t)] = \max_{q(t) \in A[z(t_0), t_0; z(t_1), t_1]} \int_{t_0}^{t_1} \{ L(z(t), \dot z(t), t) - L(q(t), \dot q(t), t) \}\, dt,$$

ДАН, 1989, № 3

Управление механическими системами с элементами большой жесткости

УДК 519.714.2

© 1995 г. Е. С. ПЯТНИЦКИЙ, д-р техн. наук
(Институт проблем управления РАН, Москва)

УПРАВЛЕНИЕ УПРУГИМИ МЕХАНИЧЕСКИМИ СИСТЕМАМИ С ЭЛЕМЕНТАМИ БОЛЬШОЙ ЖЕСТКОСТИ[1]

Рассматривается задача синтеза управлений механическими системами, содержащими упругие элементы большой жесткости. Такие системы могут служить моделью управления движением железнодорожного состава и других технических систем. Движение системы описывается сингулярно возмущенными дифференциальными уравнениями, в которых имеет место эффект разделения движений. Развит метод разделения управлений. Быстрые управления обеспечивают демпфирование высокочастотных колебаний, а медленные управления обеспечивают движения в соответствии с целью управления.

1. Введение

Среди различных объектов управления механические системы (роботы, механизмы, динамические тренажеры, силовые установки, космические аппараты, различные транспортные системы) занимают существенное место. Несмотря на все многообразие управляемых механических систем, общим для них является их математическое описание: движение таких систем может быть описано уравнениями Лагранжа второго рода. Поэтому оказывается возможным выделить класс лагранжевых управляемых систем, включающий в себя многочисленные технические системы. Построение систем управления механическими объектами, причем универсальных систем управления в условиях неполной информации, можно осуществить с помощью принципа декомпозиции [1, 2].

В ряде задач управления (роботы с упругими звеньями, космические аппараты, динамика железнодорожного состава, механические преобразователи, содержащие редукторы, и т.п.) необходимо учитывать как сосредоточенную упругость передающих элементов, так и распределенную упругость. Особенностью таких систем является наличие в них упругих элементов большой жесткости. Жесткость таких элементов будет определяться величиной порядка c/ε, где $c = \mathrm{const}$, а $\varepsilon > 0$ – малый параметр. В пределе при $\varepsilon \to 0$ жесткость этих элементов будет неограниченно возрастать. Коэффициенты жесткости элементов, не относящихся к этому типу, будут определяться конечными величинами.

Наличие в системе элементов с большой жесткостью приводит к тому, что движение системы будет иметь разнотемповые составляющие [3]. Быстрые движения (высокочастотные колебания) возникают из-за наличия упругих элементов достаточно большой жесткости. Медленные движения обусловлены действием остальных сил.

В силу наличия в системе упругих элементов (сосредоточенных или распределенных) достаточно большой жесткости дифференциальные уравнения движения будут относиться к классу сингулярно возмущенных систем [4, 5], что и приводит к эффекту разделения движений на быстрые и медленные [3]. Существование разнотемповых движений существенно затрудняет решение задач управления упругими системами.

В настоящей работе развит *метод разделения управлений*, который непосредственно связан с наличием разнотемповых составляющих движения. Управление оказывается возможным представить в виде суперпозиции двух типов воздействий.

[1] Работа выполнялась при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта № 93-013-16251).

АиТ, 1995, № 11

Принцип декомпозиции

УДК 519.714.2

СИНТЕЗ ИЕРАРХИЧЕСКИХ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ МЕХАНИЧЕСКИМИ И ЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕСКИМИ ОБЪЕКТАМИ НА ПРИНЦИПЕ ДЕКОМПОЗИЦИИ. I

ПЯТНИЦКИЙ Е. С.

(Москва)

Рассматриваются механические и электромеханические объекты управления, движение которых описывается уравнениями Лагранжа второго рода. Найдены условия полной управляемости таких систем в классе ограниченных управлений. Приведены основные соотношения принципа декомпозиции для синтеза систем управления механическими системами и указана структура подсистемы нижнего уровня, обеспечивающей вывод объекта на движение в режиме декомпозиции, т. е. в режиме полной компенсации взаимовлияния (перекрестных связей) между степенями свободы.

1. Введение. Постановка задачи

Среди объектов управления существенное место занимают объекты механической и электромеханической природы: различного рода механизмы, силовые установки, транспортные аппараты и т. д. В последнее время объектами управления стали манипуляционные роботы, составляющие основу для создания принципиально новых систем автоматизации производства и исследований.

При всем разнообразии механических и электромеханических объектов общим для них является их математическое описание: движение таких систем описывается уравнениями Лагранжа второго рода [1].

Как объект управления, механические системы представляют собой существенно нелинейные динамические системы высокого порядка, уравнения движения которых не разрешены относительно старших производных. Для этих систем характерно наличие значительного динамического взаимовлияния (перекрестных связей) между элементами, например между звеньями автоматического манипулятора. В зависимости от положения интенсивность перекрестных связей может изменяться в широких пределах.

Управление в механических системах осуществляется обычно не одной, а несколькими величинами. Например, в задаче управления манипуляционными роботами требуется обеспечить движение схвата по заданной траектории с заданным законом изменения скорости при учете конструктивных ограничений и ограничений от препятствий.

Механические объекты, как правило, имеют многоцелевое назначение. Поэтому система управления такими объектами должна быть, по возможности, универсальной и легко перестраиваемой при изменении цели управления или режима работы.

[1] Системы, описываемые в независимых координатах уравнениями Лагранжа второго рода, в механике называют голономными системами [1]. Неголономные механические и электромеханические системы [2] описываются уравнениями Лагранжа первого рода, уравнениями Аппеля, уравнениями Чаплыгина и т. д. и в этой работе не рассматриваются. Поэтому далее, говоря о механических и электромеханических системах, будем иметь в виду только голономные системы.

Если ограничения на управления характеризуются множеством $U_1\{u\colon |u_i|\leqslant h_i,\ i=\overline{1,n}\}$, то из условия (18) в соответствии с (20) получим релейный закон управления

$$(21)\qquad \tilde{u}_i = -h_i \operatorname{sign}(\dot{q}_i - v_i(t)),\quad i=\overline{1,n},$$

АиТ, 1989, № 1

УДК 519.714.2

СИНТЕЗ ИЕРАРХИЧЕСКИХ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ МЕХАНИЧЕСКИМИ И ЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕСКИМИ ОБЪЕКТАМИ НА ПРИНЦИПЕ ДЕКОМПОЗИЦИИ. II

ПЯТНИЦКИЙ Е. С.

(Москва)

Приводится обоснование использования принципа декомпозиции для синтеза систем управления механическими и электромеханическими объектами, движение которых описывается уравнениями Лагранжа второго рода. Предлагается метод построения универсальных двухуровневых иерархических систем управления. Подсистема нижнего уровня обеспечивает выход объекта на движение в режиме декомпозиции (в режиме полной компенсации динамического взаимовлияния), а подсистема верхнего уровня реализует координацию движений элементов в соответствии с целью управления. При изменении режима работы (или цели управления) сохраняются структура системы, ее параметры, алгоритмы и программное обеспечение для ЭВМ в подсистеме верхнего уровня.

1. Введение

В первой части работы [1] изложен метод построения подсистем нижнего уровня систем управления (на принципе декомпозиции) механическими и электромеханическими объектами, движение которых в независимых обобщенных координатах $q=\|q_i\|_{i=1}^n$ может быть описано уравнениями Лагранжа второго рода [1]

$$(1)\qquad \frac{d}{dt}\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} - \frac{\partial T}{\partial q_i} = Q_i(q,\dot{q},t)+u_i(t),\quad i=\overline{1,n},$$

$$u(t)\in U_1\{u: |u_i(t)|\leqslant h_i,\ i=\overline{1,n}\}.$$

Применение принципа декомпозиции [1] для синтеза систем управления механическими объектами (1) связано прежде всего с наличием в этих объектах значительного динамического взаимовлияния между элементами (или, что то же, перекрестных связей между степенями свободы в уравнениях движения). Кроме того, уравнения движения (1) механических систем существенно нелинейны; в этих системах имеются ограничения информационного характера, так как обобщенные силы могут содержать составляющие (обусловленные наличием неидеальностей), для которых бывают известны лишь интервалы изменения; управление производится, как правило, не одной, а несколькими переменными (или функциями координат и скоростей).

Как показано ниже, несмотря на указанные трудности, использование принципа декомпозиции позволяет получить универсальную систему уп-

[1] Общий случай управляемых механических систем, когда управляющие обобщенные силы определяются выражениями $\sum_{k=1}^{n} b_{ik}(q)u_k(t)$, $i=\overline{1,n}$, рассмотрен далее. Ограничения на управления в форме неравенств $|u_i(t)|\leqslant h_i$, $i=\overline{1,n}$ рассматриваются для определенности. Все результаты допускают обобщения на ограничения общего вида.

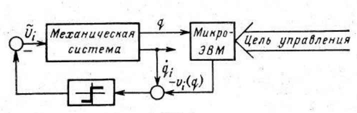


Рис. 3

АиТ, 1989, № 2

Управляемость механических систем

УДК 681.5.075+531.011

© 1996 г. Е. С. ПЯТНИЦКИЙ, д-р техн. наук
(Институт проблем управления РАН, Москва)

УПРАВЛЯЕМОСТЬ КЛАССОВ ЛАГРАНЖЕВЫХ СИСТЕМ С ОГРАНИЧЕННЫМИ УПРАВЛЕНИЯМИ[1]

Рассматривается совокупность (класс) управляемых динамических систем, описываемых, в принципе, уравнениями Лагранжа второго рода (лагранжевых систем). Системы различаются как выражением кинетической энергии, которая может выбираться из множества положительно определенных квадратичных форм обобщенных скоростей (с зависящими от координат коэффициентами), так и обобщенными силами, которые могут изменяться в пределах одной и той же области. Управление может изменяться в пределах одной и той же ограниченной замкнутой выпуклой области. Рассмотрение класса систем позволяет учесть неполноту описания, характерную для технических систем, параметры которых могут произвольно изменяться в пределах допусков. В биомеханических моделях имеет место подобная неполнота описания. Для указанных классов существенно нелинейных лагранжевых систем установлены необходимые достаточные условия полной управляемости на множестве ограниченных управлений.

1. Введение

При всем многообразии механических и электромеханических объектов управления общим для них является их математическое описание. Многие системы механической и электромеханической природы (роботы, включая многорукие роботы, механизмы, силовые установки, транспортные аппараты и т.п.) могут быть описаны с помощью уравнений Лагранжа второго рода [1, 2].

Как объекты управления механические системы представляют собой существенно нелинейные динамические системы высокого порядка, уравнения движения которых не разрешены относительно старших производных (обобщенных ускорений). В этих системах существует значительное динамическое взаимовлияние (перекрестные связи) между степенями свободы, например, между звеньями манипулятора. В зависимости от положения интенсивность перекрестных связей может изменяться в широких пределах. Механические системы имеют, как правило, многоцелевое применение.

[1] Исследование, описанное в этой работе, частью выполнено в рамках гранта № JER 100 Международного научного фонда (ISF) и Правительства России и Российского фонда фундаментальных исследований (95-01-00157).

Существенной особенностью механических систем является неполнота их описания. Дело в том, что многие параметры (например, масса переносимого груза в манипуляционных системах, коэффициенты сопротивления, параметры окружающей среды и т.п.) бывают неизвестны. Аналогичная ситуация имеет место и для сил, действующих на систему. Обычно бывают известны лишь оценки сил, параметров или области их изменения.

Поэтому механические объекты управления необходимо рассматривать [1–4] как системы с неполным описанием (неполной информацией). Неопределенность описания вообще характерна для технических систем, параметры которых могут произвольно изменяться в пределах технических допусков. При этом нет никаких оснований предпочесть одни законы изменения параметров другим.

При построении моделей биомеханических систем [5–7], число степеней свободы которых насчитывает несколько десятков, оказывается затруднительным указать точные выражения кинетической энергии и обобщенных сил. В лучшем случае здесь можно указать лишь области изменения сил и параметров.

В связи со сказанным естественно возникает задача определения условий полной управляемости классов механических и электромеханических систем на множестве ограниченных управлений в условиях неполной информации.

2. Постановка задачи

Рассмотрим класс (совокупность) всех управляемых систем, движение которых в независимых координатах $q = \|q_i\|_{i=1}^{n}$ может быть описано дифференциальными уравнениями Лагранжа второго рода

$$\frac{d}{dt}\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} - \frac{\partial T}{\partial q_i} = Q_i(q, \dot{q}, t) + u_i(t), \quad i = \overline{1, n}. \tag{2.1}$$

АиТ, 1996, № 11

Управление черным ящиком механической природы

УДК 007:531.011

© 1999 г. Е. С. ПЯТНИЦКИЙ, д-р техн. наук
(Институт проблем управления РАН, Москва)

УПРАВЛЕНИЕ ЧЕРНЫМ ЯЩИКОМ МЕХАНИЧЕСКОЙ ПРИРОДЫ[1]

Проблема управления черным ящиком представляет значительный интерес для кибернетики и, в частности, для робототехники, электромеханики, биомеханики и т.д. Понятие черного ящика обычно вводится на интуитивном уровне и служит для обозначения предельного случая управляемых систем с неполной информацией. В работе (в точных терминах) введено понятие черного ящика механической природы и найдено эффективное решение задачи управления такой системой, включая необходимые и достаточные условия полной управляемости в $2n$-мерном пространстве состояний (фазовом пространстве).

1. Введение

Одной из существенных особенностей задач управления является неполнота описания объекта управления. При управлении динамическими системами часто бывает затруднительно, а иногда и просто невозможно, указать точные значения ряда параметров, тип функциональных зависимостей и т.д. Масса переносимого груза в манипуляционных системах, коэффициенты сопротивления, параметры окружающей среды, реакции в суставах в биомеханике и т.д. обычно бывают неизвестны. Поэтому задачи управления техническими, физическими, биомеханическими системами по существу представляют собой задачи управления системами с неполным описанием (с неполной информацией). Вопрос о взаимоотношении между информацией, которая имеется об объекте, и информацией, необходимой для решения задачи управления, имеет важное значение, поскольку получение дополнительных сведений об объекте приводит к усложнению информационной подсистемы, подсистемы обработки данных и т.д.

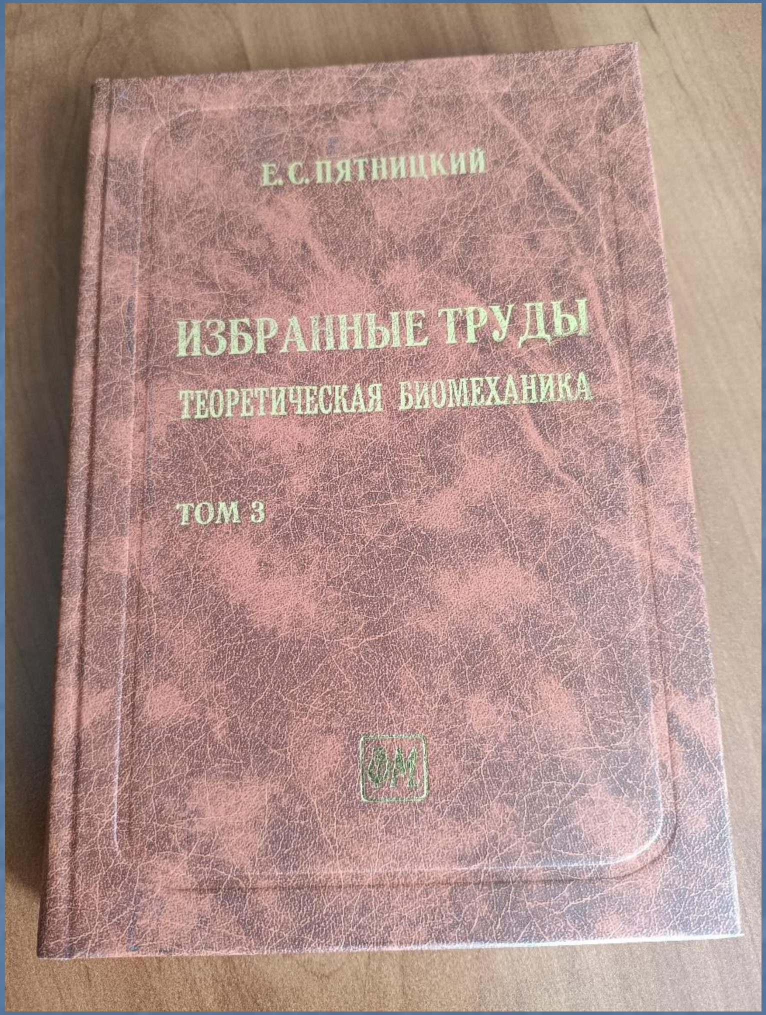
Для обозначения предельного случая систем с неполной информацией используется понятие *черного ящика* [1]. Решение задачи управления черным ящиком в общем случае проблематично, и речь может идти лишь о выделении тех классов динамических систем, для которых решение этой задачи может быть эффективно построено.

Оказывается, что к таким классам относятся динамические системы, которые, *в принципе*, могут быть описаны уравнениями Лагранжа второго рода. Многие механические, электрические и электромеханические системы относятся к указанному классу. Имея в виду прежде всего механические системы, в дальнейшем будем говорить о *черном ящике механической природы*, понимая, что это понятие может включать и системы другой физической природы, динамика которых описывается уравнениями Лагранжа.

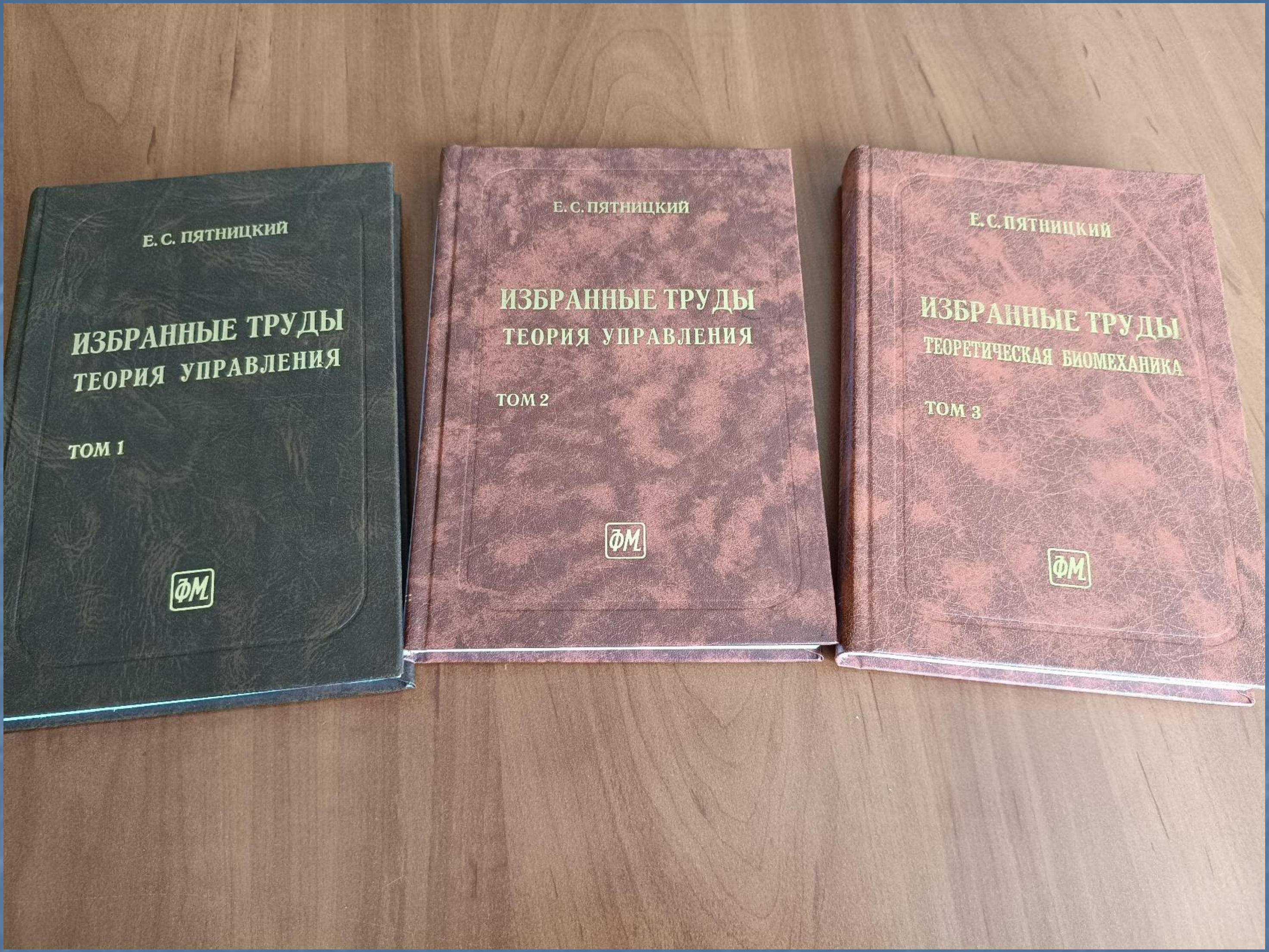
Понятие черного ящика обычно вводится на интуитивном уровне. Ниже это понятие определено в точных терминах так, что для него становится возможным формулировать математические утверждения. Как показано далее, задача управления

[1] Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований, грант № 98-01-00147.

АиТ, 1999, № 3


Е.С.ПЯТНИЦКИЙ
ИЗБРАННЫЕ ТРУДЫ
ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ БИОМЕХАНИКА
ТОМ 3

1995


Е. С. ПЯТНИЦКИЙ
ИЗБРАННЫЕ ТРУДЫ
ТЕОРИЯ УПРАВЛЕНИЯ
ТОМ 1
Е. С. ПЯТНИЦКИЙ
ИЗБРАННЫЕ ТРУДЫ
ТЕОРИЯ УПРАВЛЕНИЯ
ТОМ 2
Е. С. ПЯТНИЦКИЙ
ИЗБРАННЫЕ ТРУДЫ
ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ БИОМЕХАНИКА
ТОМ 3

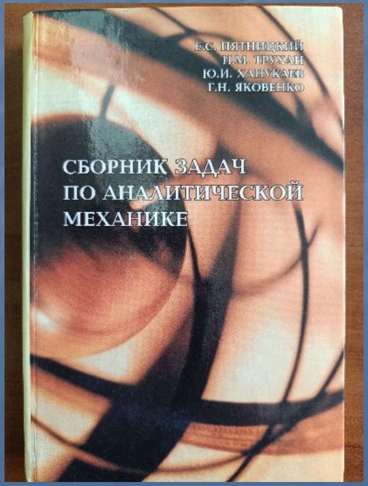
2004-2006

Работа на кафедре теоретической механики МФТИ

Заместитель заведующего кафедрой с 1966 по 1978

Курсы Е.С. Пятницкого:

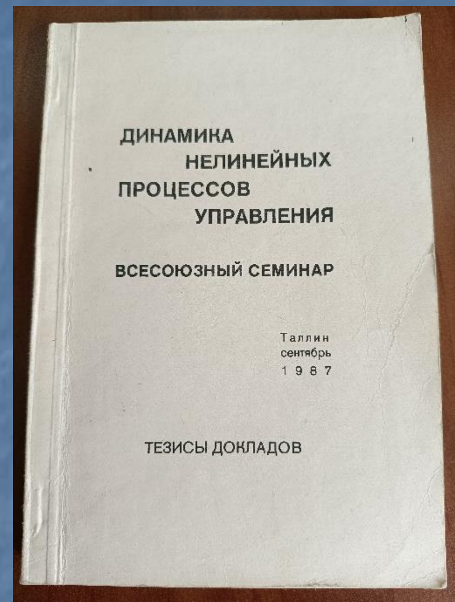
- Теоретическая механика
- Устойчивость движения
- Техническая кибернетика
- Автоматическое управление
- Колебания и устойчивость

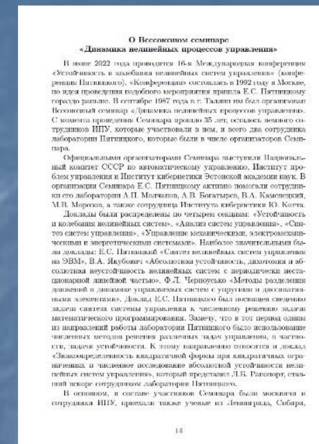


«Задачник Пятницкого» 3-е изд.
(1-е изд. 1980)

«Конференция Пятницкого»

- 1987 Всесоюзный семинар «Динамика нелинейных процессов управления», Таллин





О Всесоюзном семинаре
«Динамика нелинейных процессов управления»

В июне 2022 года проводится 16-я Международная конференция «Устойчивость и колебания нелинейных систем управления» (конференция Пятницкого). «Конференция» состоялась в 1992 году в Москве, но идея проведения подобного мероприятия пришла Е.С. Пятницкому гораздо раньше. В сентябре 1987 года в г. Таллин им был организован Всесоюзный семинар «Динамика нелинейных процессов управления». С момента проведения Семинара прошло 35 лет, осталось немного сотрудников ИПУ, которые участвовали в нем, и всего два сотрудника лаборатории Пятницкого, которые были в числе организаторов Семинара.

Официальными организаторами Семинара выступили Национальный комитет СССР по автоматическому управлению, Институт проблем управления и Институт кибернетики Эстонской академии наук. В организации Семинара Е.С. Пятницкому активно помогали сотрудники его лаборатории А.П. Молчанов, А.В. Богатырев, В.А. Каменецкий, М.В. Морозов, а также сотрудница Института кибернетики Ю. Котта.

Доклады были распределены по четырем секциям: «Устойчивость и колебания нелинейных систем», «Анализ систем управления», «Синтез систем управления», «Управление механическими, электромеханическими и энергетическими системами». Наиболее значительными были доклады: Е.С. Пятницкий «Синтез нелинейных систем управления на ЭВМ», В.А. Якубович «Абсолютная устойчивость, дихотомия и абсолютная неустойчивость нелинейных систем с периодически нестационарной линейной частью». Ф.Л. Черноусько «Методы разделения движений в динамике управляемых систем с упругими и диссипативными элементами». Доклад Е.С. Пятницкого был посвящен сведению задачи синтеза системы управления к численному решению задачи математического программирования. Замечу, что в тот период одним из направлений работы лаборатории Пятницкого было использование численных методов решения различных задач управления, в частности, задачи устойчивости. К этому направлению относится и доклад «Знакоопределенность квадратичной формы при квадратичных ограничениях и численное исследование абсолютной устойчивости нелинейных систем управления», который представил Л.Б. Рапопорт, ставший вскоре сотрудником лаборатории Пятницкого.

В основном, в составе участников Семинара были москвичи и сотрудники ИПУ, приехали также ученые из Ленинграда, Сибири,

14

…Эстонии. Всего было представлено около 280 докладов, в …аких известных ученых как С.Н. Васильев, В.Ф. Кротов, …кий, В.И. Уткин, В.Ю. Рутковский, Б.В. Павлов, Р. Га… Кириллова, А.Х. Гелиг, Г.А. Леонов. Доклады участников …оходили в здании Института кибернетики Эстонской ака…

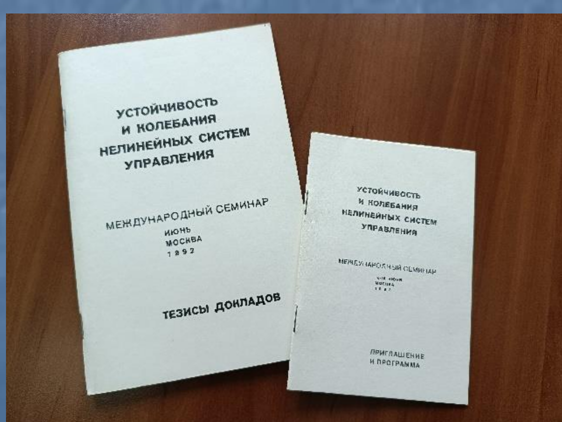
Семинар был хорошо организован. Мы с А.П. Молчановым приехали в Таллин чуть раньше и в день открытия Семинара встречали на вокзале участников, прибывших из Москвы, и сопровождали их до автобуса, который отвез их до гостиницы «Олимпия». В то время, несмотря на то, что Эстония являлась частью СССР, поездка туда, в силу культурной и географической близости к Западной Европе, воспринималась большинством советских людей почти, как поездка за границу. Гостиница «Олимпия» была построена для проведения Олимпиады-80 и располагала комфортными номерами, баром, рестораном, бассейном и сауной. Для участников Семинара была организована культурная программа, включавшая обзорную экскурсию по городу, посещение дворцово-паркового ансамбля Кадриорг, варьете «Вана Таллин», концерта органной музыки в Домском соборе и ресторана.

В дни проведения Семинара была теплая и солнечная погода, царила доброжелательная атмосфера, располагавшая к обмену научными идеями и просто к общению. В последний день семинара, рано утром я решил прогуляться и дойти до небольшой смотровой площадки, о существовании которой большинство туристов не знает. Оттуда открывается отличный вид на этот небольшой и уютный город. Удивительно, но через некоторое время туда пришел и Евгений Серафимович. Мы обменялись с ним несколькими словами, а потом молча стояли, любуясь Таллином и прощаясь с ним.

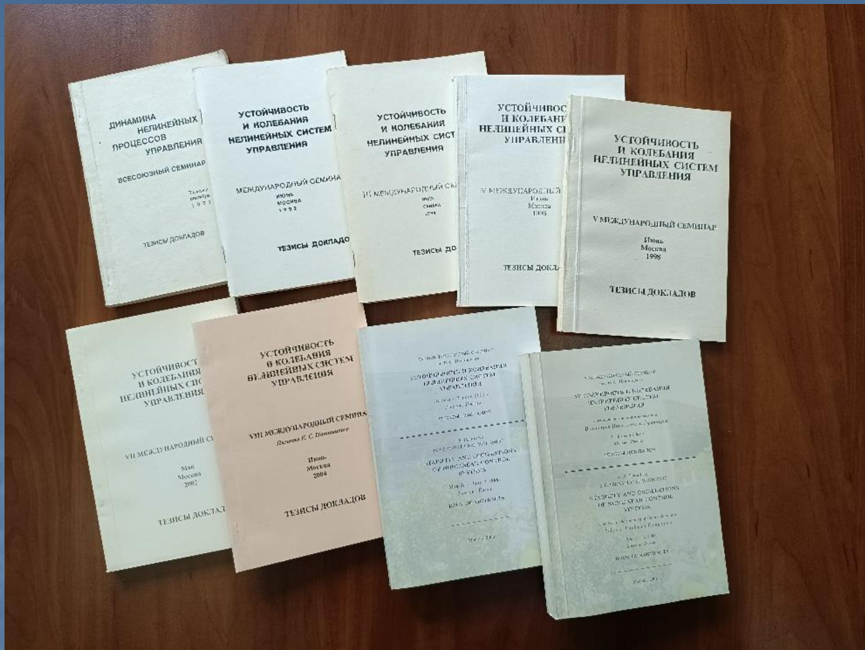
Спасибо Е.С. Пятницкому, человеку до последнего своего вздоха увлеченно служившему науке! Возможно, не будь Семинара в Таллине, не было бы проводимой ныне конференции его имени.

С.н.с. ИПУ РАН,
к.ф.-м.н. М.В. Морозов

15



- 1992 Семинар был посвящен 100-летию монографии Ляпунова «Общая задача теории устойчивости движения»



- С 1996 года семинар (позже конференция) проводится в Москве 1 раз в 2 года
- С 2006 семинар стал носить имя Е.С. Пятницкого, с 2008 он стал конференцией

Профессор Валентин Николаевич Тхай –
с 2004 г. бессменный председатель
оргкомитета конференции Пятницкого

Лаборатория «Нелинейных систем управления им. Е.С. Пятницкого»

Д.ф.-м.н. Лев Борисович Рапопорт
Заведующий лабораторией 2003-2023

Д.т.н. Виктор Анатольевич Уткин
Заведующий лабораторией 2023-2025

Д.т.н. Сергей Александрович Кочетков
Заведующий лабораторией с 2025

Е.С. Пятницкий

(1936-2003)