

Дивергентный метод
в задачах управления, исследования
устойчивости и колебаний с
применением к управлению
мехатронными системами и объектами
в нефтегазодобывающей
промышленности

Фуртат Игорь Борисович
Гущин Павел Александрович



cainenash@mail.ru

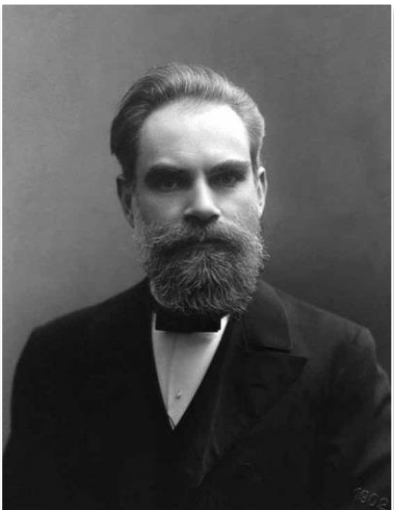


+7-911-082-3463



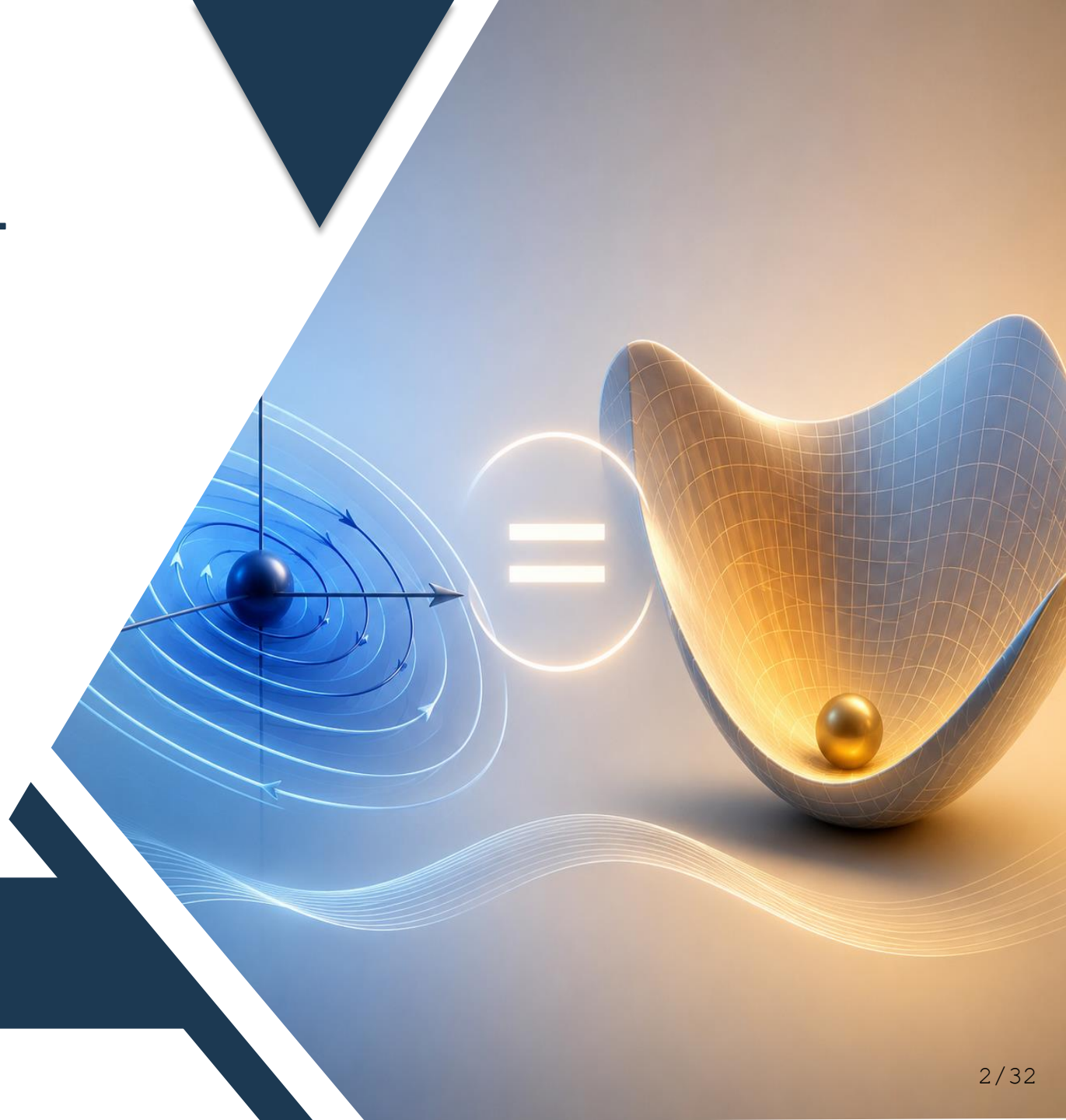
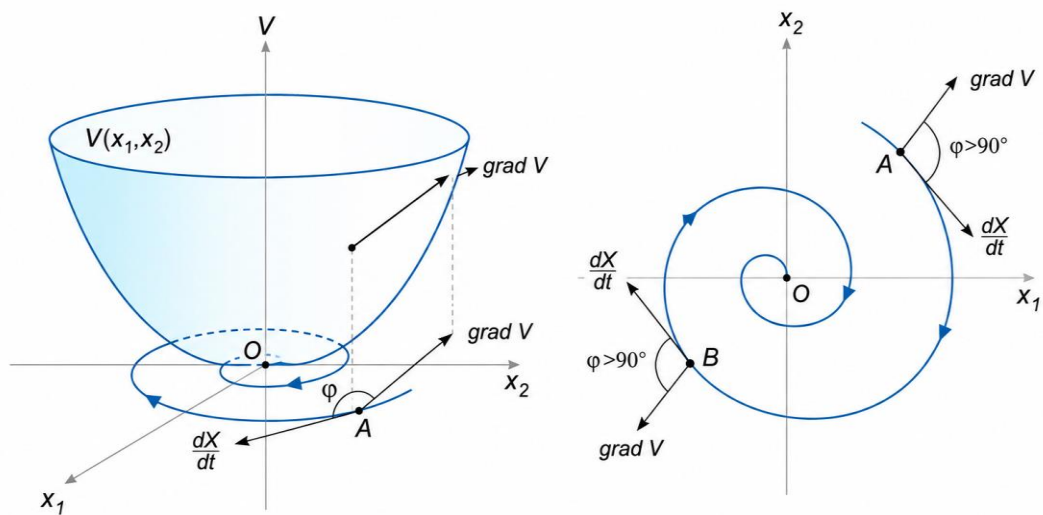
<https://furtat-igor.tilda.ws>





УСТОЙЧИВОСТЬ. МЕТОД ФУНКЦИЯ А.М. ЛЯПУНОВА (1892 г.)

А М Ляпунов



ФУНКЦИЯ ЛЯПУНОВА ~ ФУНКЦИЯ ЭНЕРГИИ

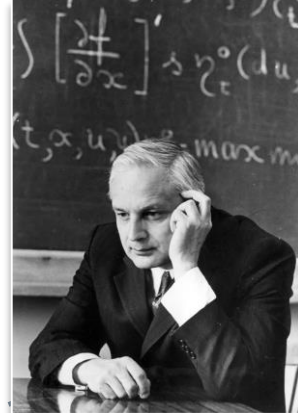
РАЗВИТИЕ МЕТОДОВ А.М.



Академик АН
СССР
Я.З. Цыпкин



Академик АН
БССР
Ф.А. Барбашин



Академик АН
СССР
Н.Н. Красовский



Чл.-корр. АН
СССР
А.М. Летов



Проф.
Н.Г.
Четаев



Проф.
И.Г.
Малкин



Чл.-корр.
РАН
В.А.
Якубович



Чл.-корр.
РАН
Г.А. Леонов



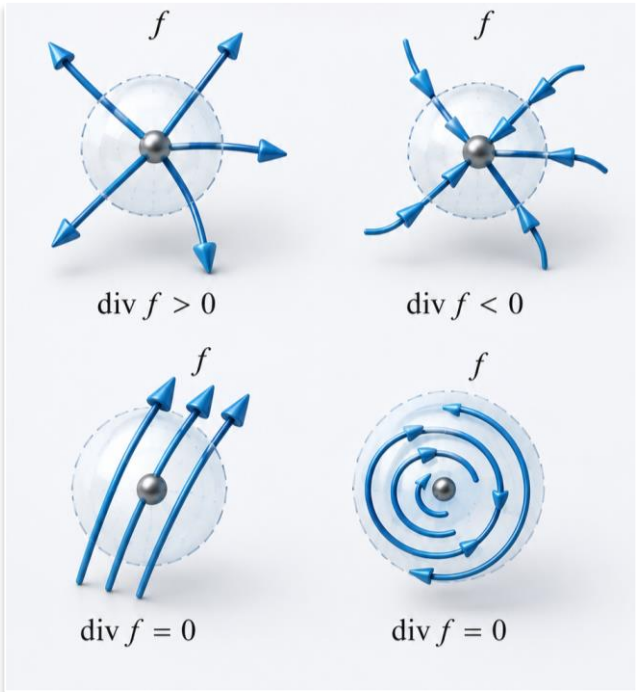
Чл.-корр. РАН
Н.В. Кузнецов

ПОТОК ВЕКТОРНОГО ПОЛЯ И ДИВЕРГЕНЦИЯ



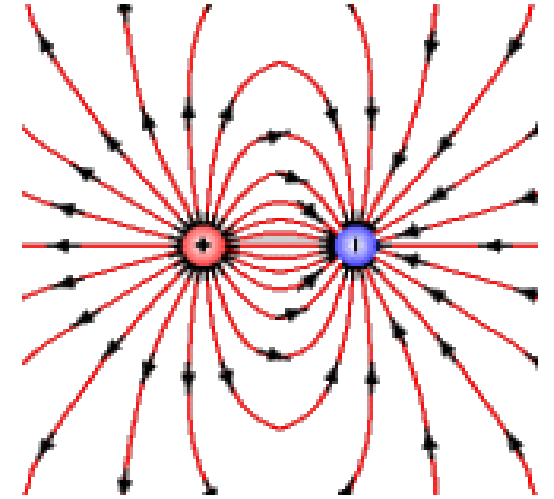
ПОТОК ВЕКТОРНОГО ПОЛЯ

$$\Phi = \int_S f \cdot n \, dS$$



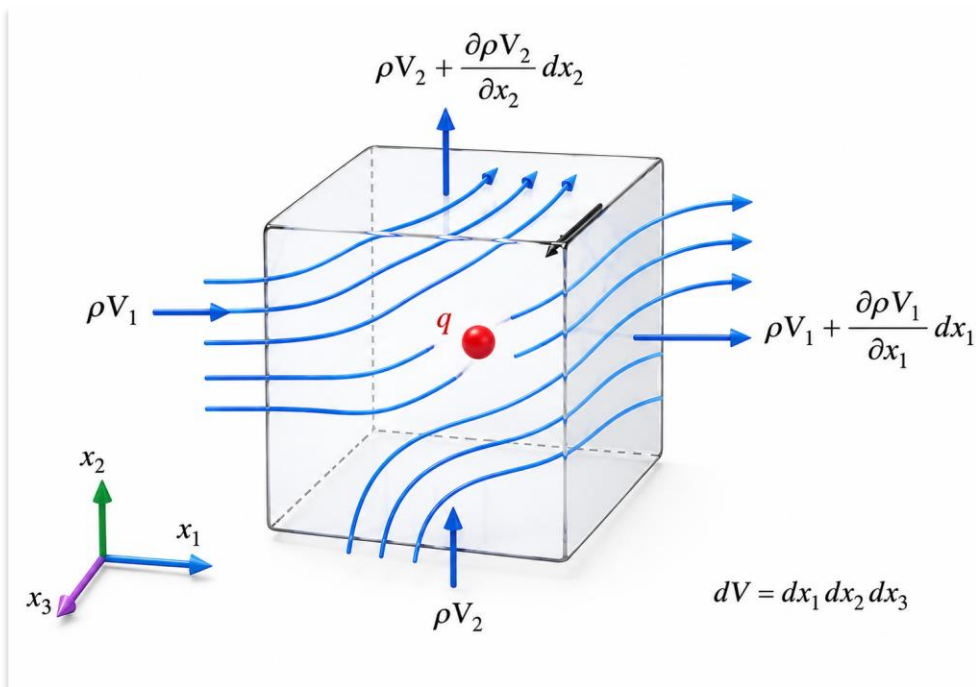
ДИВЕРГЕНЦИЯ

$$\operatorname{div}\{f\} = \lim_{V \rightarrow 0} \frac{\Phi}{V} = \frac{\partial f_1}{\partial x_1} + \dots + \frac{\partial f_n}{\partial x_n}$$



$\operatorname{div}\{A\} > 0$ $\operatorname{div}\{A\} < 0$

УРАВНЕНИЕ НЕПРЕРЫВНОСТИ



ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНАЯ ФОРМА УН

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div}\{\rho V\} = q$$

ИНТЕГРАЛЬНАЯ ФОРМА УН

$$\frac{\partial}{\partial t} \int \rho dV + \oint \rho V ds = q$$

$q > 0$ (исток), $q < 0$ (сток), $q = 0$
(ничего)

- Гидродинамика
- Электромагнетизм
- Механика деформируемого
твёрдого тела
- Теория волн
- Квантовая механика

РАБОТЫ с 1954 по 1999 гг.

Авторы	Год	Журналы	Название
Zaremba S.K.	1954	Amer. Journal of Math.	Divergence of vector fields and differential equations
Красносельский М.А., Перов А.И., Поволоцкий А.И., Забрейко П.П.	1963	М: Физматлит	Векторные поля на плоскости
Fronteau J.	1965	Geneve: CERN	Le theoreme de Liouville et le problem general de la stabilite
Brauchli H.I.	1968	Zurich: Abhandlung Verlag	Index, Divergenz und Stabilitat in Autonomem equations
Шестаков А.А., Степанов А.Н.	1979	Дифф-е ур-я	Индексные и дивергентные признаки устойчивости особой точки автономной системы дифференциальных уравнений
Жуков В.П.	1978	АиТ	Об одном методе качественного исследования устойчивости нелинейных систем
Жуков В.П.	1979, 1981, 1983--1985, 1987, 1988, 1990, 1992, 1994--1998, ..., 2003	АиТ	$div\{\rho(x)f(x)\} > 0$ – неустойчивость $div\{\rho(x)f(x)\} < 0$... – устойчивость
Жуков В.П.	1999	АиТ	Дивергентные условия асимптотической устойчивости нелинейных динамических систем второго порядка



Rantzer A., Parrilo P.A. On convexity in stabilization of nonlinear systems // 39th IEEE CDC, 2000

Rantzer A. A dual to Lyapunov's stability theorem // Systems & Control Letters. 2001

ТЕОРЕМА 1 (ОСНОВНОЙ РЕЗУЛЬТАТ, RANTZER, 2001)

Рассмотрим систему $\dot{x}(t) = f(x(t))$, где $f \in C^1(\mathbb{R}^n, \mathbb{R}^n)$ и $f(0) = 0$.

Предположим, что существует неотрицательная функция $\rho \in C^1(\mathbb{R}^n \setminus \{0\}, \mathbb{R})$ такая, что $\rho(x)f(x)/|x|$ интегрируема на множестве $\{x \in \mathbb{R}^n: |x| > 1\}$ и

$$\operatorname{div}\{\rho f\} > 0 \text{ почти для всех } x.$$

Тогда почти для всех начальных условий $x(0)$ траектория $x(t)$ существует при $t \in [0, \infty)$ и стремится к нулю при $t \rightarrow \infty$.

- Получена асимптотическая устойчивость и сходимости решений для почти всех начальных условий в системах произвольного порядка
- Также используется $\rho(x)$ (названная *density function*)

ДИВЕРГЕНТНАЯ УСТОЙЧИВОСТЬ



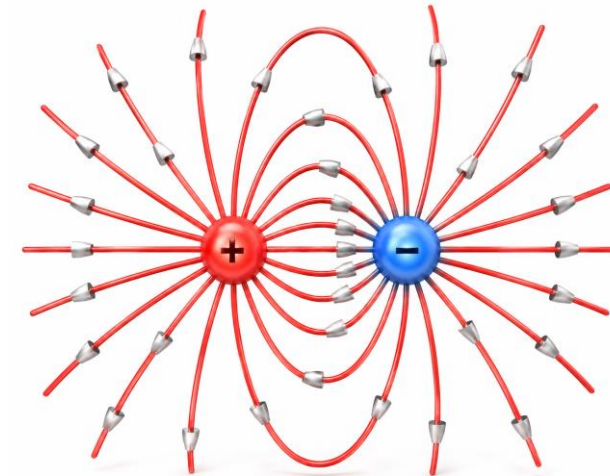
В.П. ЖУКОВ

ИПУ РАН

Кол-во цитирований по Scopus:
12



ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ
БЮДЖЕТНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ НАУКИ
**ИНСТИТУТ
ПРОБЛЕМ
УПРАВЛЕНИЯ**
ИМ. В.А. ТРАПЕЗНИКОВА
РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК



$$\operatorname{div}\{\vec{A}\} > 0 \quad \operatorname{div}\{\vec{A}\} < 0$$



A.

RANTZER
Lund University

Кол-во цитирований по Scopus:
430



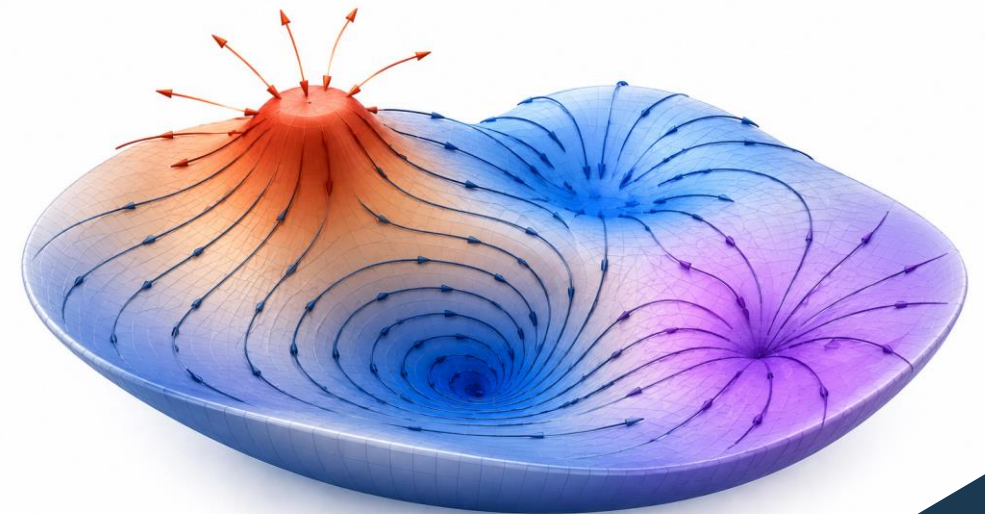
LUND
UNIVERSITY

АВТОНОМНЫЕ СИСТЕМЫ

Рассмотрим систему

$$\dot{x} = f(x)$$

- $x \in \mathbb{R}^n$
- $f = [f_1, \dots, f_n]^T: D \rightarrow \mathbb{R}^n$ - непрерывно-дифференцируемая функция, определенная в области $D \subset \mathbb{R}^n$
- D содержит $x = 0$ и $f(0) = 0$



ОБРАТНАЯ ТЕОРЕМА УСТОЙЧИВОСТИ

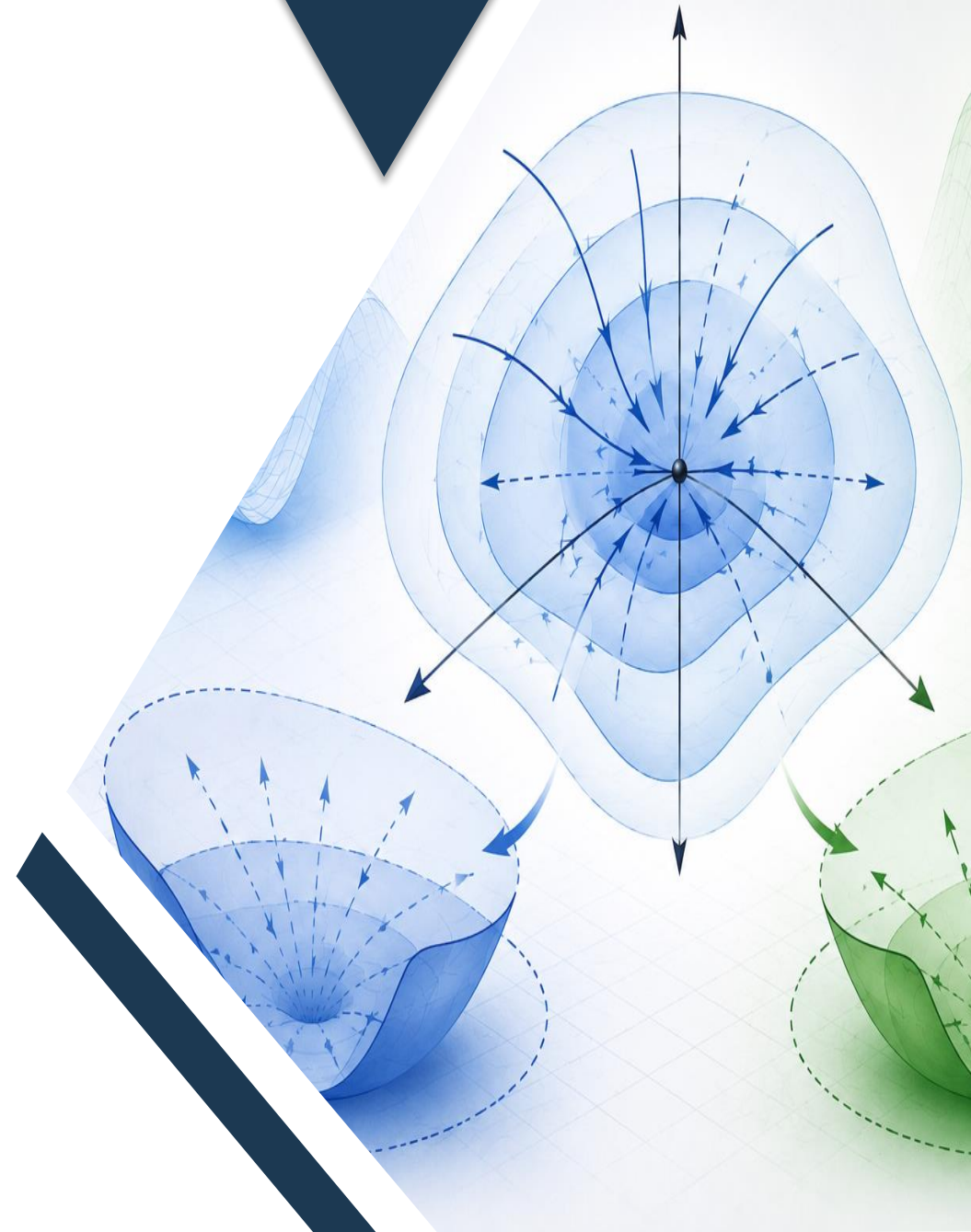
Теорема (Фуртат, АиТ, 2020; Furtat et al.,
IFAC WC, 2020)

Пусть $x = 0$ – асимптотически устойчивая точка
равновесия системы $\dot{x} = f(x)$.

Тогда существуют положительно определенные
непрерывно-дифференцируемые функции $\rho(x)$ и $S(x)$
такие, что

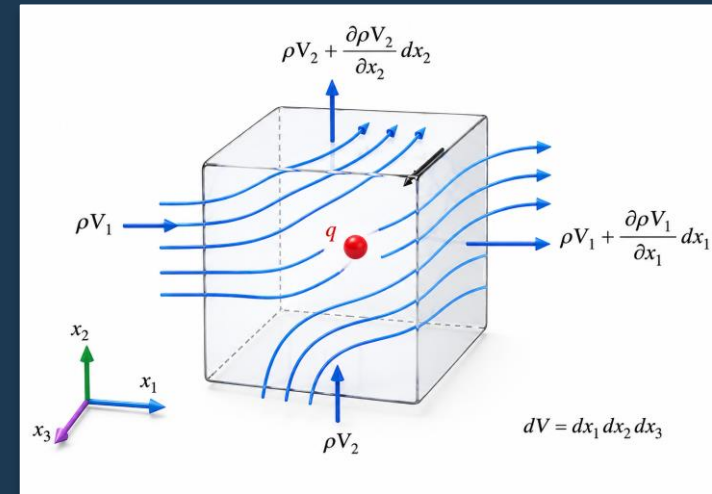
$\rho(x) \rightarrow \infty$ и $S(x) \rightarrow \infty$ при $x \rightarrow \bar{D}$, $|\nabla\{S(x)\}| \neq 0$ для
любых
 $x \in D \setminus \{0\}$ и для которых выполнено одно из
следующих условий:

- $\int_V \operatorname{div}\{\rho(x)f(x)\} dV < 0$, $V = \{x \in D: S(x) \leq C\}$
- $\int_{V_{inv}} \operatorname{div}\{\rho^{-1}(x)f(x)\} dV_{inv} > 0$, $V_{inv} = \{x \in D: S^{-1}(x) \leq C\}$



СРАВНЕНИЕ

A. Rantzer	Предложенные результаты
Нет	$\int_V \operatorname{div}\{\rho(x)f(x)\} dV < 0$
$\operatorname{div}\{\rho^{-1}(x)f(x)\} > 0$	$\int_{V_{inv}} \operatorname{div}\{\rho^{-1}(x)f(x)\} dV_{inv} > 0$



ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНАЯ ФОРМА УН

$$\underbrace{\frac{\partial \rho}{\partial t}}_{= 0} + \operatorname{div}\{\rho V\} < 0$$

ИНТЕГРАЛЬНАЯ ФОРМА УН

$$\underbrace{\frac{\partial}{\partial t} \int \rho dV}_{= 0} + \oint \rho V ds < 0$$

ДОСТАТОЧНЫЕ УСЛОВИЯ УСТОЙЧИВОСТИ

Теорема (Фуртат, Автоматика и телемеханика, 2020; Furtat et al., IFAC WC, 2020)

Пусть задана положительно определенная непрерывно-дифференцируемая функция $\rho(x)$, определенная в области D .

Тогда точка $x = 0$ устойчива (асимптотически устойчива), если выполнено одно из следующих условий:

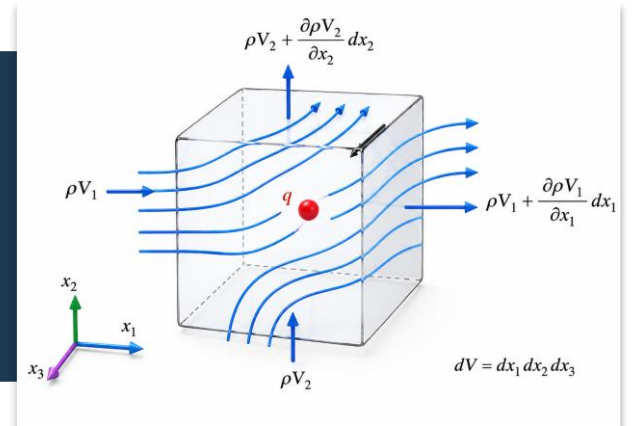
1. $\operatorname{div}\{\rho(x)f(x)\} \leq \rho(x)\operatorname{div}\{f(x)\}$
2. $\operatorname{div}\{\rho^{-1}(x)f(x)\} \geq 0$ $\operatorname{div}\{f(x)\} \leq 0$
3. $\operatorname{div}\{\rho(x)f(x)\} \leq \beta(x)\rho^2(x)\operatorname{div}\{\rho^{-1}(x)f(x)\}$, $\beta(x) > 1$ и $\operatorname{div}\{f(x)\} \leq 0$ или только $\beta(x) = 1$
4. $\operatorname{div}\{\rho(x)f(x)\} \leq 0$ $\operatorname{div}\{\rho^{-1}(x)f(x)\} \geq 0$

Если в 1-4 заменить нестрогие неравенства на строгие, то $x = 0$ асимптотически устойчива.

Дифференциальная форма
УН

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div}\{\rho V\} < 0$$

$$= 0$$



СРАВНЕНИЕ ДОСТАТОЧНЫХ УСЛОВИЙ

A. Ratzel	Предложенные условия
Нет	$(Y) \operatorname{div}\{\rho(x)f(x)\} \leq \rho(x)\operatorname{div}\{f(x)\}$ $(AY) \operatorname{div}\{\rho(x)f(x)\} < \rho(x)\operatorname{div}\{f(x)\}$
$(AY) \operatorname{div}\{\rho^{-1}(x)f(x)\} > 0 \quad \operatorname{div}\{f(x)\} < 0$	$(Y) \operatorname{div}\{\rho^{-1}(x)f(x)\} \geq 0 \quad \operatorname{div}\{f(x)\} \leq 0$ $(AY) \operatorname{div}\{\rho^{-1}(x)f(x)\} > 0 \quad \operatorname{div}\{f(x)\} < 0$
Нет	$(Y) \operatorname{div}\{\rho(x)f(x)\} \leq \beta(x)\rho^2(x)\operatorname{div}\{\rho^{-1}(x)f(x)\}$ $(AY) \operatorname{div}\{\rho(x)f(x)\} \leq \beta(x)\rho^2(x)\operatorname{div}\{\rho^{-1}(x)f(x)\}$
Нет	$(Y) \operatorname{div}\{\rho(x)f(x)\} \leq 0 \quad \operatorname{div}\{\rho^{-1}(x)f(x)\} \geq 0$ $(AY) (Y) \operatorname{div}\{\rho(x)f(x)\} < 0 \quad \operatorname{div}\{\rho^{-1}(x)f(x)\} > 0$

- (Y) - устойчивость
- (AY) - асимптотическая устойчивость

ПРИМЕР (Rantzer vs. предложенный дивергентный метод)

Рассмотрим систему

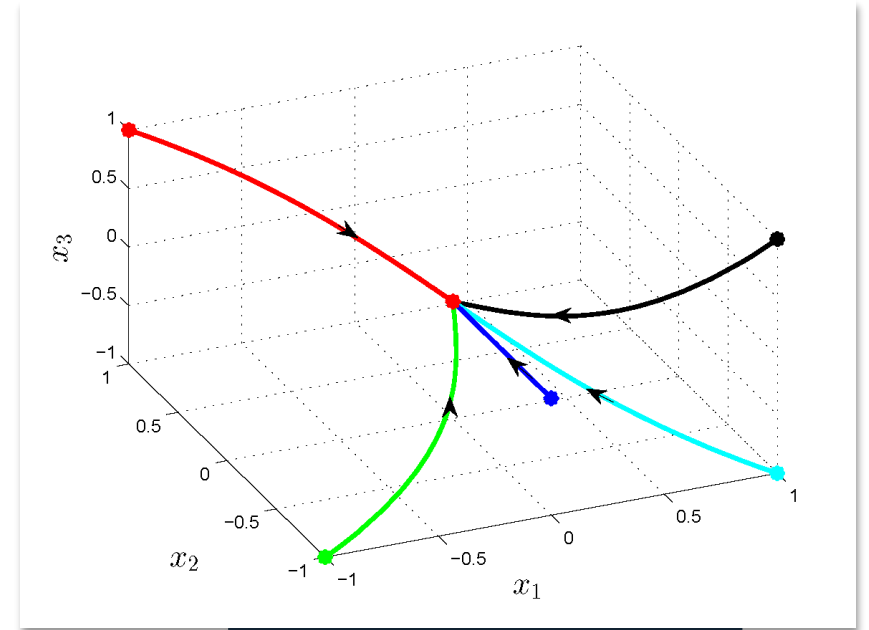
$$\dot{x}_1 = -4x_1x_2^2 - x_1^3$$

$$\dot{x}_2 = 4x_1^2x_2 - x_2^3 - 8x_2x_3^2$$

$$\dot{x}_3 = -x_3^3 + 8x_2^2x_3$$

Точка равновесия $(0,0,0)$

Выберем $\rho(x) = (x_1^2 + x_2^2 + x_3^2)^\alpha$, $\alpha \in \mathbb{N}$



А. Рантцер	Предложенные условия
Сходимость для <u>почти</u> всех НУ $div\{f\} = x_1^2 + x_2^2 - 11x_3^2$ ($div\{f\} < 0$ не выполнено)	Необходимые условия выполнены АУ - $div\{\rho f\} < \rho div\{f\}$ - выполнено

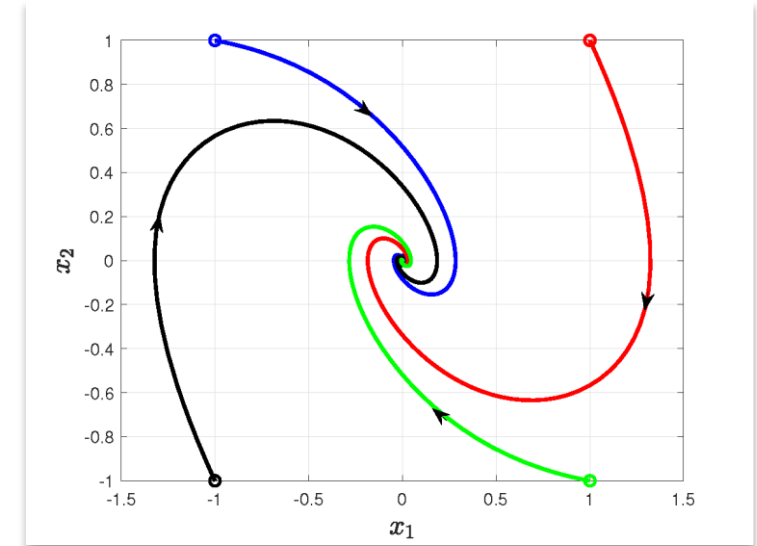
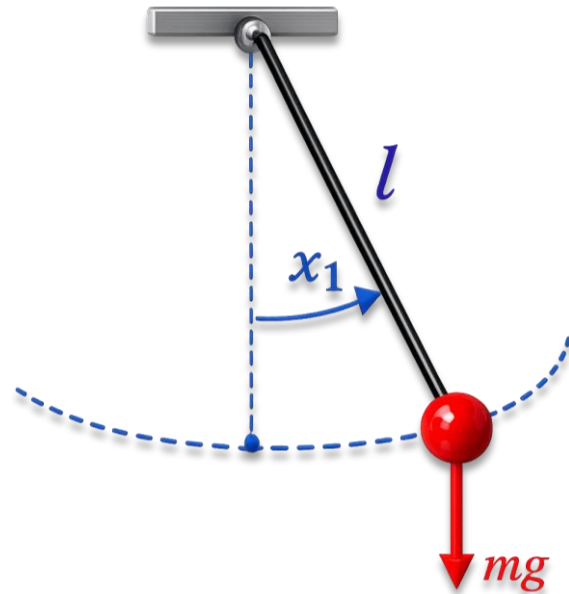
ПРИМЕР

(метод функция Ляпунова vs. дивергентный метод)

МОДЕЛЬ МАЯТНИКА

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= -\frac{g}{l} \sin x_1 - \frac{k}{m} x_2\end{aligned}$$

Точка равновесия (0,0)



Метод функций Ляпунова (Х. Халил, 2002)

$$\begin{aligned}V(x) &= \frac{g}{l}(1 - \cos x_1) + 0.5x_2^2 \\ \dot{V} &= -\frac{k}{m}x_2^2 - \text{устойчивость}\end{aligned}$$

Предложенные условия

$$\rho(x) = \frac{g}{l}(1 - \cos x_1) + 0.5x_2^2$$

Асимптотическая устойчивость

Не полиномиальная правая часть и ρ в отличие от А. Ратцера

Метод	Условия неустойчивости
Zaremba S.K., 1954 Жуков В.П., 1978	$\operatorname{div}\{f(x)\} > 0$
Жуков В.П., 1979	$\operatorname{div}\{\rho(x)f(x)\} > 0$ и $\rho(x) > 0$
Фуртат и Гуцин, IEEE Access, 2022	4-и новых условия $\rho(x)$ может быть не положительно-определенной

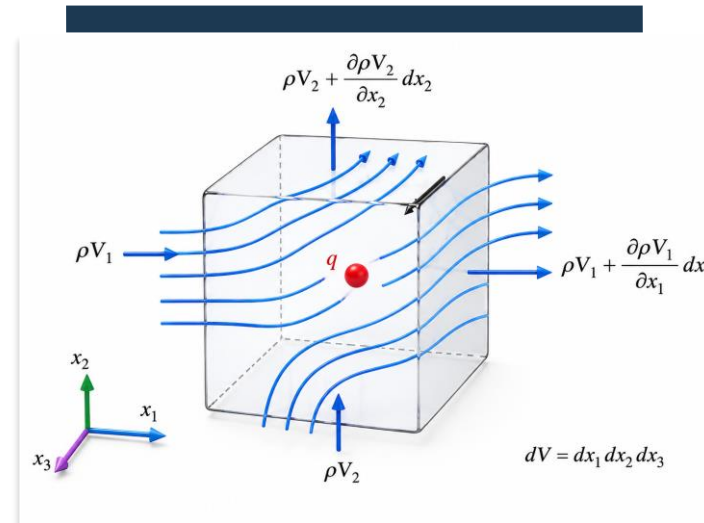
Теорема (Furtat, Gushchin, IEEE Access, 2022)

Пусть $\rho(x): D \rightarrow \mathbb{R}$ - непрерывно дифференцируемая функция такая, что $\rho(0) = 0$ и $\rho(x_0) > 0$ для некоторого x_0 с произвольно малой величиной $|x_0|$.

Зададим $U = \{x \in B: \rho(x) > 0\}$ и $B = \{x \in \mathbb{R}^n: |x| \leq r, r > 0\}$ такие, что $B \subseteq D$.

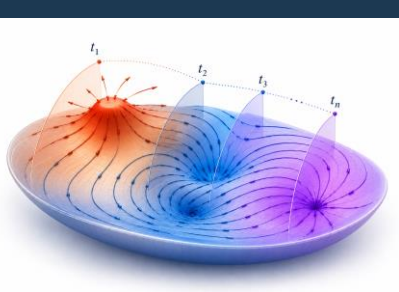
Точка равновесия $x = 0$ системы $\dot{x} = f(x)$ неустойчива, если хотя бы одно из следующих условий выполнено для любых $x \in U$:

- $\operatorname{div}\{\rho(x)f(x)\} > \rho(x)\operatorname{div}\{f(x)\}$
- $\operatorname{div}\{\rho^{-1}(x)f(x)\} < 0$ и $\operatorname{div}\{f(x)\} > 0$
- $\operatorname{div}\{\rho(x)f(x)\} < \beta(x)\rho^2(x)\operatorname{div}\{\rho^{-1}(x)f(x)\}$, $\beta(x) > 1$ и $\operatorname{div}\{f(x)\} < 0$ или только $\beta(x) = 1$



Дифференциальная форма УН

$$\underbrace{\frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div}\{\rho V\}}_{= 0} > 0$$



Рассмотрим неавтономную систему

$$\dot{x} \equiv f(x, t), \quad x \in \mathbb{R}^n, \quad f(0, t) \equiv 0$$

● НЕОБХОДИМОЕ УСЛОВИЕ УСТОЙЧИВОСТИ (краткий результат)

1. $\int_V \left[\frac{\partial \rho(x, t)}{\partial t} + \text{div}\{\mu(x, t) |\nabla\{\rho(x, t)\} f(x, t)\} \right] dV < 0$
2. $\int_{V_{inv}} \left[\frac{\partial \rho^{-1}(x, t)}{\partial t} + \text{div}\{\mu(x, t) |\nabla\{\rho^{-1}(x, t)\} f(x, t)\} \right] dV_{inv} > 0$

● УРАВНЕНИЯ НЕПРЕРЫВНОСТИ

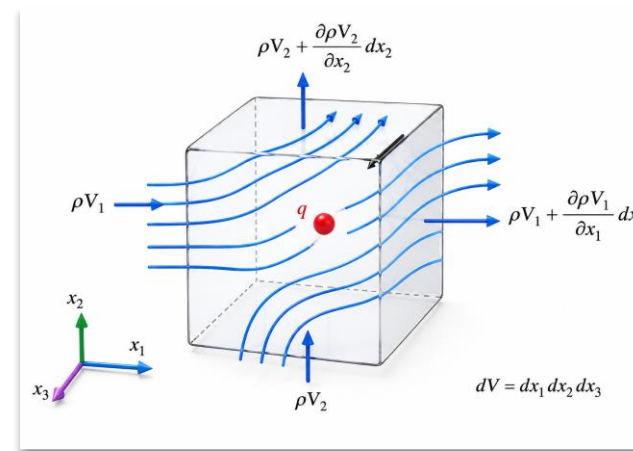
$$\frac{\partial}{\partial t} \int \rho dV + \oint \rho V ds < 0 \quad \frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div}\{\rho V\} < 0$$

● ДОСТАТОЧНОЕ УСЛОВИЕ УСТОЙЧИВОСТИ

$x \equiv 0$ — равномерно устойчива, если

1. $\frac{\partial \rho(x, t)}{\partial t} + \text{div}\{\rho(x, t) f(x, t)\} \leq \rho(x, t) \text{div}\{f(x, t)\}$
2. $\frac{\partial \rho^{-1}(x, t)}{\partial t} + \text{div}\{\rho^{-1}(x, t) f(x, t)\} \geq 0 \quad \text{div}\{f(x, t)\} \leq 0$
3. $2 \frac{\partial \rho(x, t)}{\partial t} + \text{div}\{\rho(x, t) f(x, t)\} \leq 0 \quad \text{div}\{\rho^{-1}(x, t) f(x, t)\} \geq 0$

НЕАВТОНОМНЫЕ СИСТЕМЫ



Динамика жидкости	$ \nabla \rho \mu$ - плотность жидкости и f - поток вектора скорости
Электромагнетизм	$\mu \nabla S f$ - плотность тока и ρ - плотность заряда
Закон сохранения энергии	$\mu \nabla \rho f$ - вектор потока энергии и ρ - локальная плотность энергии
Квантовая механика	функция плотности вероятности и $\mu \nabla \rho f$ - вероятность тока

- Фуртат, АИТ, 2020
- Furtat, Gushchin, Journal of the Franklin Institute, 2020
- Furtat, Gushchin, European Journal of Control, 2024

ПРИМЕР ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ФУНКЦИИ ПЛОТНОСТИ ρ ДЛЯ АНАЛИЗА УСТОЙЧИВОСТИ ЗАМКНУТОЙ СИСТЕМЫ

Система $\dot{x}_1 = x_2 - \frac{g(t)x_1}{1+x_2^2} \quad \dot{x}_2 = u$

$g(t)$ неизвестна, но $0 < g(t) < \bar{g} < \infty$

Требуется обеспечить равномерную асимптотическую устойчивость $x = 0$

Дивергентный подход	Метод функций Ляпунова
<ul style="list-style-type: none"> Выбирается $\rho(x) = (x_1^2 + x_2^2)^\alpha, \alpha \in \mathbb{N}$ $\operatorname{div}\{f\} < 0 \text{ и } \operatorname{div}\{\rho^{-1}f\} > 0$	<ul style="list-style-type: none"> Выбирается $V(x) = (x_1^2 + x_2^2)^\alpha$
<ul style="list-style-type: none"> Ищется u: $\operatorname{div}\{f\} = \frac{g}{1+x_2^2} + \frac{\partial u}{\partial x_2}$ 	<ul style="list-style-type: none"> Вычисляется $\frac{dV}{dt} = (x_1^2 + x_2^2)^{-\alpha-1} \left[x_1 x_2 - \frac{g}{1+x_2^2} + x_2 u \right]$
<ul style="list-style-type: none"> Пусть $\frac{g}{1+x_2^2} + \frac{\partial u}{\partial x_2} = -\frac{\gamma-g}{1+x_2^2}, \gamma > \bar{g}$ 	<ul style="list-style-type: none"> Подставляется $u = -\gamma \operatorname{arctg} x_2 - x_1$
<ul style="list-style-type: none"> Одно из решений $u = -\gamma \operatorname{arctg} x_2 - x_1$ 	<ul style="list-style-type: none"> $\frac{dV}{dt} = (x_1^2 + x_2^2)^{-\alpha-1} \left[\frac{g}{1+x_2^2} + \gamma x_2 \operatorname{arctg} x_2 \right] < 0$
<ul style="list-style-type: none"> Проверяется $\operatorname{div}\{\rho^{-1}f\} > 0$ 	

Робастное управление. Использование $\rho(x)$ для

СИСТЕМЫ



Объект управления (минимально-фазовый)

$$Q(p)y(t) = R(p)u(t)$$

$y \in \mathbb{R}$ - выходной сигнал

$u \in \mathbb{R}$ - входной сигнал (управление)

$Q(p)$ и $R(p)$ - линейные дифференциальные операторы

	Ioannou and Sun 12 (book) Khalil and Praly IJRNC 14 Цыкунов и др. АиТ 07-17	Предложенный метод Furtat, Gushchin, IJC, 2020 Фуртат, АиТ, 2023
Закон управления	$u(t) = -\alpha \frac{Q_m(p)}{p R_m(p)(\mu p + 1)^{\gamma-1}} y(t)$	$u(t) = -\alpha \frac{Q_m(p)}{p R_m(p)(\mu p + 1)^{\gamma-1}} \rho(y, t) y(t)$
Цель управления	$\overline{\lim}_{t \rightarrow T} y(t) < \delta$	Зависит от выбора ρ Например, $\underline{g}(t) < y(t) < \bar{g}(t)$

Адаптивное управление. Использование ρ для синтеза

//

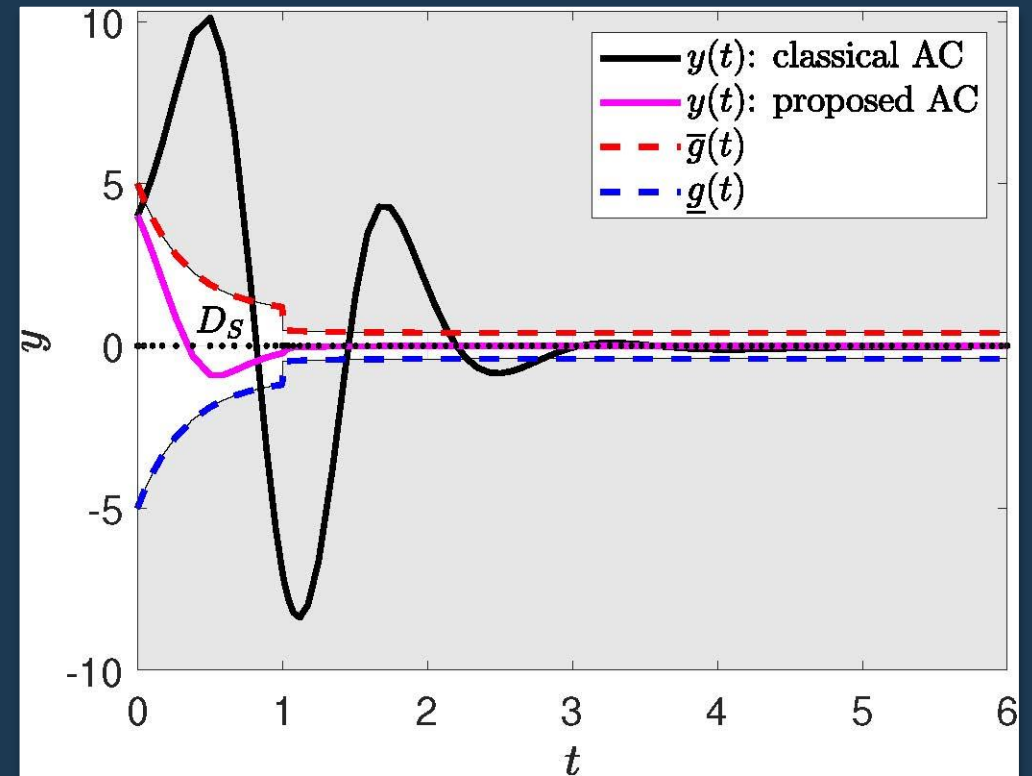
Объект управления (минимально-фазовый, относ-я степень 1)

$$Q(p)y(t) = R(p)u(t)$$



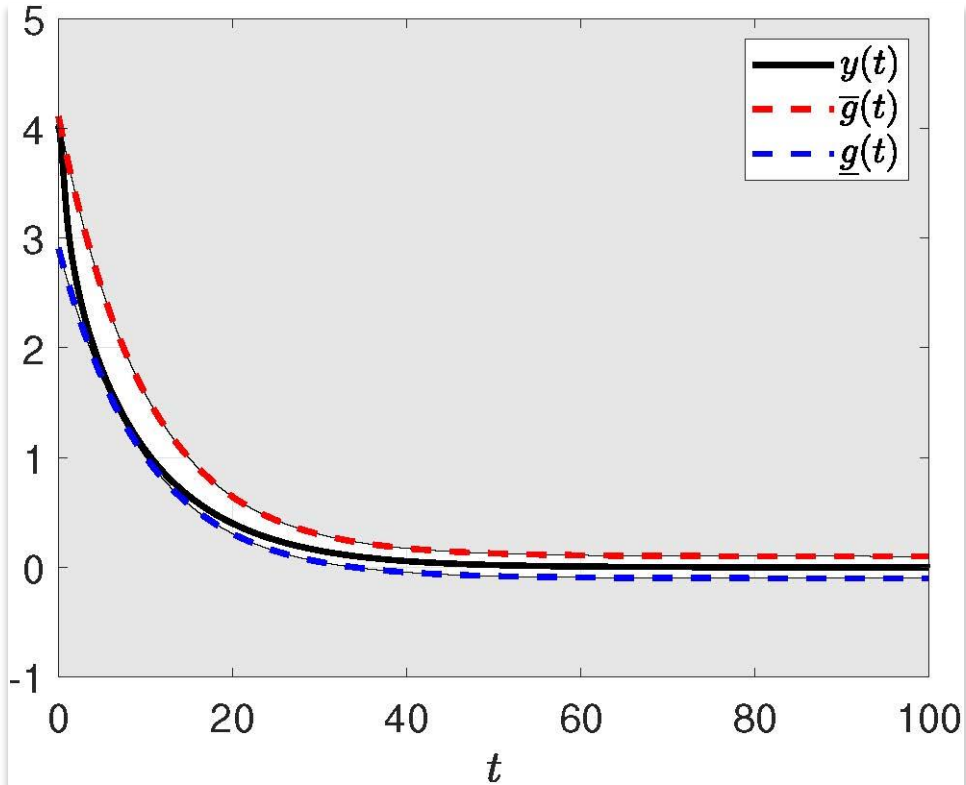
	Мирошник, Никифоров, Фрадков 2000 (book) Андреевский, Фрадков 99 (book) Annaswamy et al. TAC 86 Цыкунов АИТ 05	Предложенный метод Фуртат, АИТ, 2025 Furtat, IEEE TAC, 2026
Закон управления	$u(t) = c^T(t)w(t)$ $\dot{c} = -\alpha y w$	$u(t) = c^T(t)w(t) + \rho(y, t)$ $\dot{c} = -\alpha y w$
Замкнутая система	$\dot{y}(t) = (c(t) - c_0)^T w(t) - \alpha y$	$\dot{y}(t) = (c(t) - c_0)^T w(t) + \rho(y, t)$
Цель управления	$\lim_{t \rightarrow \infty} y(t) = 0$	Зависит от выбора ρ Например, $\underline{g}(t) < y(t) < \bar{g}(t)$

- $\rho(y, t) = -\alpha y$ - адаптивное управление (Мирошник, Никифоров, Фрадков, 2000 (book))
- $\rho(y, t) = \alpha \ln \frac{g-y}{g+y}$ (Фуртат, АиТ, 2025, Furtat, IEEE TAC, 2026)



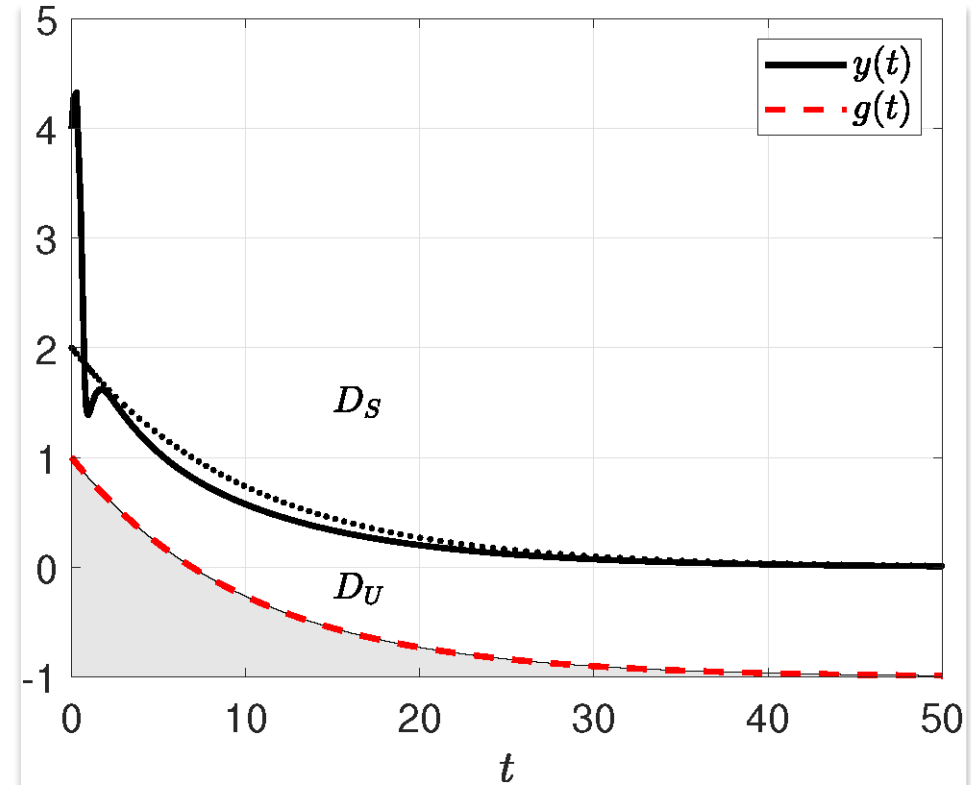
Переходные процессы при $\rho(y, t) = -\alpha y$ и $\rho(y, t) = \alpha \ln \frac{g-y}{g+y}$

11



Переходные процессы при

$$\rho(y, t) = \alpha \ln \frac{\bar{g} - y}{y - \underline{g}}$$



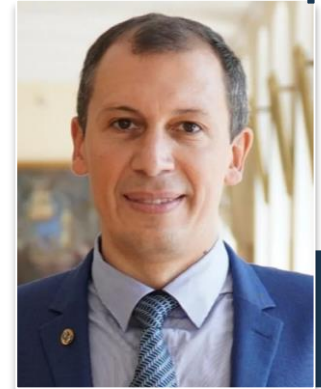
Переходные процессы при

$$\rho(y, t) = -\alpha \ln(y - g)$$

ПРИМЕНЕНИЕ ДИВЕРГЕНТНОГО МЕТОДА К ИССЛЕДОВАНИЮ УСТОЙЧИВОСТИ В ПРОБЛЕМЕ АНДРОНОВА-ВЫШНЕГРАДСКОГО. СКРЫТЫЕ КОЛЕБАНИЯ

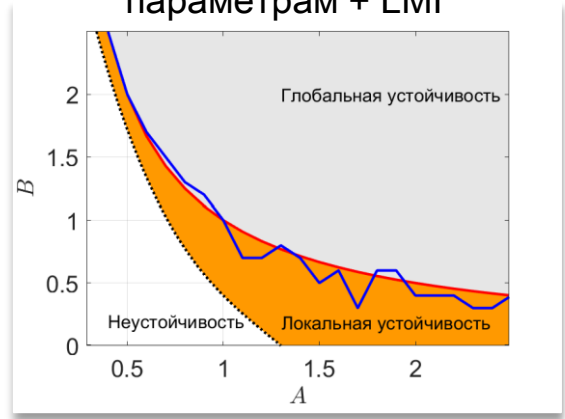


Чл.-корр. РАН
Г.А. Леонов

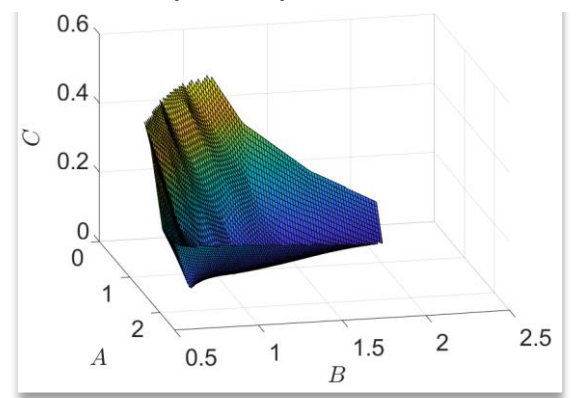


Чл.-корр. РАН
Н.В. Кузнецов

Область устойчивости по **ДВУМ** параметрам + LMI



Область устойчивости по **ТРЕМ** параметрам + LMI



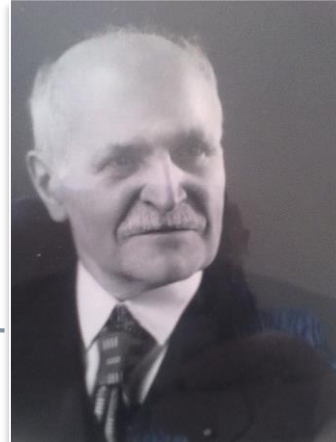
$A > 0$ - коэффициент жесткости или возвращающей силы
 $B > 0$ - коэффициент демпфирования
 $C > 0$ - коэффициент, обратный постоянной времени

РЕГУЛЯТОР УАТТА

ОБОБЩЕНИЕ ТЕОРЕМ БЕНДИКСОНА И БЕНДИКСОНА-ДЮЛАКА (ОБ ОТСУТСТВИИ ЗАМКНУТЫХ ТРАЕКТОРИЙ)

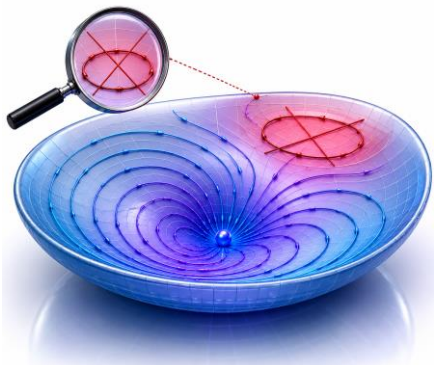


Ивар Отто
Бендиксон



Анри Дюлак
Чл.-корр.
Французской
академии наук

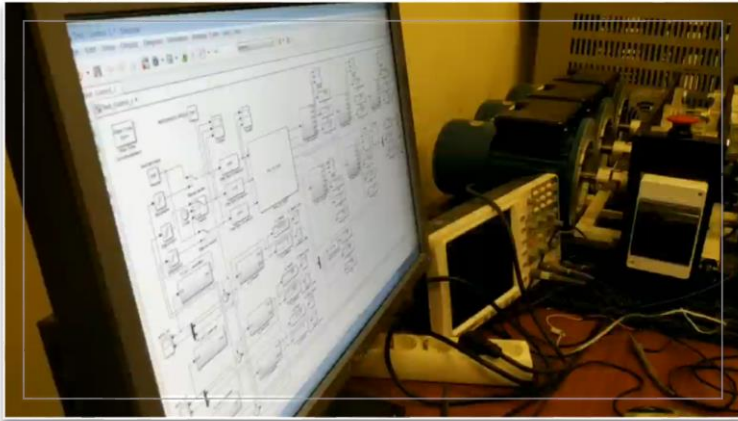
- Теорема Бендиксона 1901 год ($\rho = 1$)
- Теорема Бендиксона-Дюлака 1923 год (ρ любое ненулевое)
- *Только системы второго порядка!*



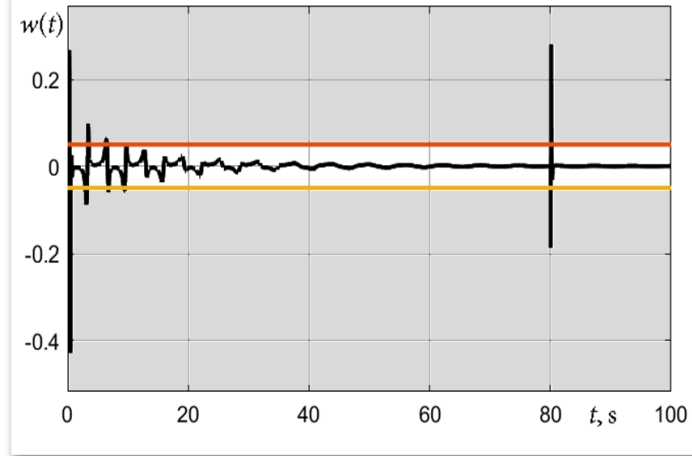
ТЕОРЕМА (обобщение на системы произвольного порядка, Фуртат, 2021 г.). Пусть $D \subset \mathbb{R}^n$ - односвязная область. Если существует непрерывно дифференцируемая функция $\rho(x)$ такая, что $\operatorname{div}\{\rho(x)f(x)\}$ не меняет знака для всех $x \in D$ (кроме, возможно, в множестве меры нуль), тогда система $\dot{x} = f(x)$ не имеет инвариантного замкнутого подмножества с положительной мерой в D .

ПРИЛОЖЕНИЯ

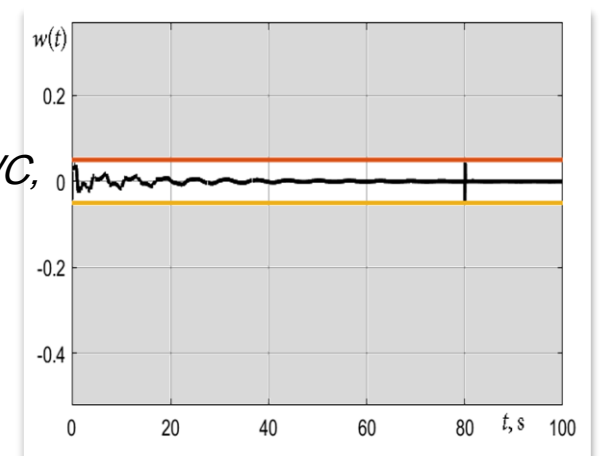
УПРАВЛЕНИЕ ЭЛЕКТРОЭНЕРГЕТИЧЕСКИМ СТЕНДОМ



- Линеаризация обратной связи и робастное управление [Wang, Xie, Hill et al., *CDC* 1992]
- Робастное управление с компенсацией возмущений [Furtat et al., *IJACSP* 2022]

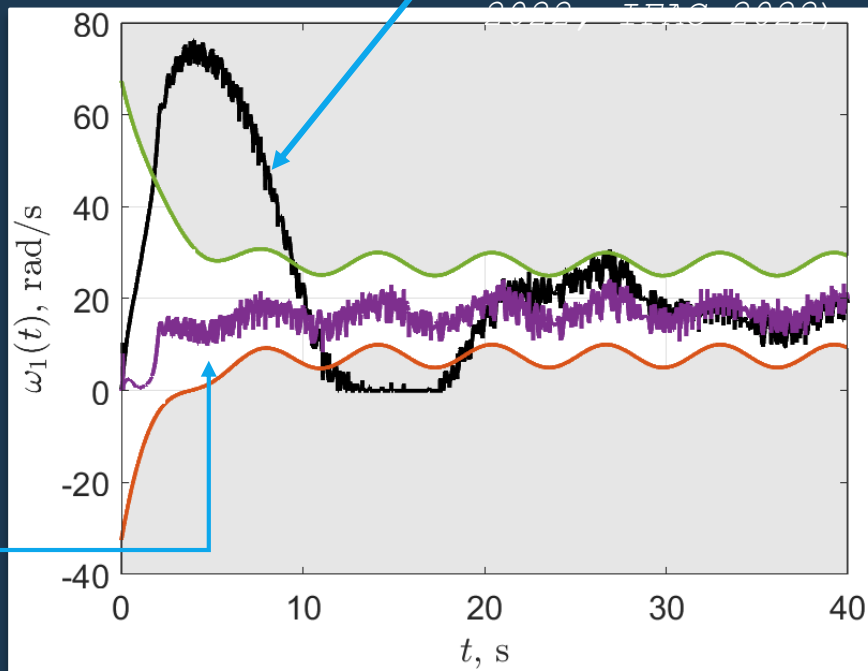


- Предложенный (плотностной) закон управления [Furtat et al., *IFAC WC*, 2023]

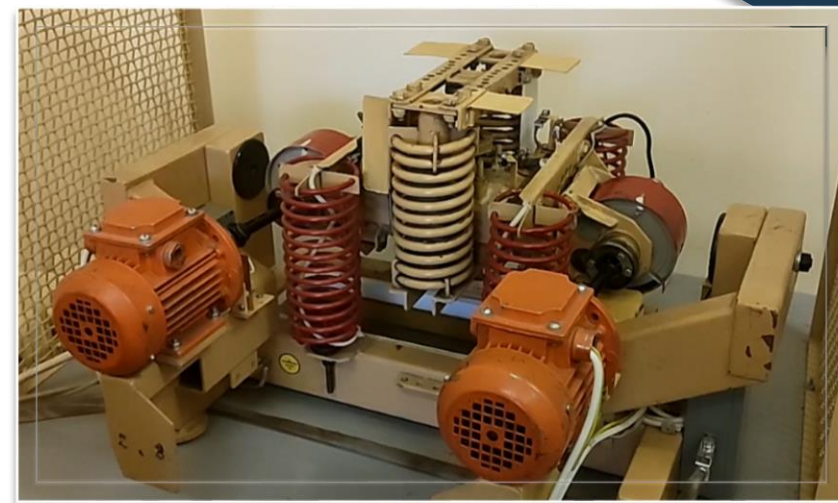


УПРАВЛЕНИЕ ВИБРАЦИОННЫМ МЕХАТРОННЫМ СТЕНДОМ

ПИ-регулятор
(*Andrievski et al.*
Symmetry 2022, CoDIT
2022, IETG 2022)



Дивергентный
ЗУ



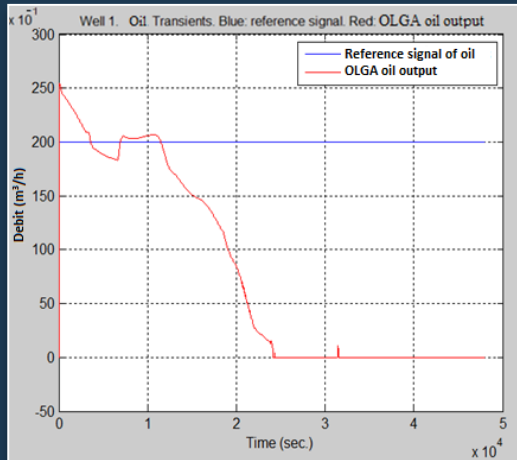
- Фуртат, АиТ, 2025,
- Furtat, IEEE TAC, 2026



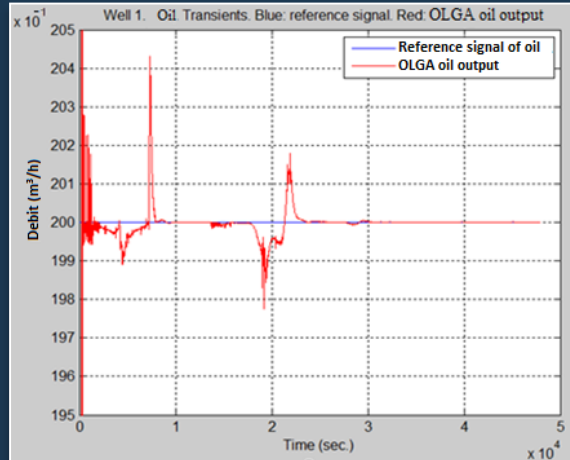
УПРАВЛЕНИЕ ГАЗЛИФТНОЙ ЭКСПЛУАТАЦИИ НЕФТЯНЫХ СКВАЖИНЫ



- Разработана модель процесса газлифта
- Разработаны методы и алгоритмы управления с обеспечением заданного дебита нефти без потери устойчивости
- Проведены успешные испытания на месторождениях Лукойла в Ираке и Узбекистане



Существующее управление – не работает на определенных режимах



Предложенное управление – работоспособно на всех требуемых режимах

Лукойл
Узбекистан



LUKOIL Mid-East Limited

Узбекистан
Западная курна-2, Ирак

А К Т
об использовании результатов
кандидатской диссертационной работы
Тупичина Евгения Александровича

Комиссия в составе:

председатель комиссии: Менеджер GTPP

Сергей Спирин

члены комиссии:

Супервайзер GTPP

Сергей Матушкин

Инженер GTPP ICSS

Никита Сапунков

составили настоящий акт о том, что результаты диссертационной работы Е.А. Тупичина примененным к управлению газлифтной скважиной, представленные на соискание ученой степени кандидата технических наук, использованы при выполнении научно-исследовательских работ в компании ЛУКОЙЛ Мид Ист Лтд на месторождении «Западная Курна-2» в виде синтеза системы робастного управления с процессом газлифтной эксплуатации скважин с целью обеспечения заданного дебита в условиях неопределенности физико-химических параметров процесса.

Результаты, полученные в диссертационной работе, отражены в следующих публикациях:

1. Фуртат И.Б., Тупичин Е.А. Управление процессом газлифтной эксплуатации нефтяных скважин в условиях параметрической неопределенности // Известия высших учебных заведений. Приборостроение. 2016. Т. 59. № 4. С. 282-287.
2. Фуртат И.Б., Тупичин Е.А. Модифицированный алгоритм бокстепинга для нелинейных систем // Автоматика и телемеханика. 2016. № 9. С. 70-83.
3. Furtat I.B., Tupichin E.A. Robust Algorithm for Control of Nonlinear Plant with Unknown Time Delay // Proc. of the 2016 American Control Conference, July 6-8, Boston, MA, USA. P. 2936-2941.

Председатель комиссии:

Члены комиссии:

Сергей Спирин

Менеджер GTPP

Сергей Матушкин

Супервайзер GTPP

Никита Сапунков

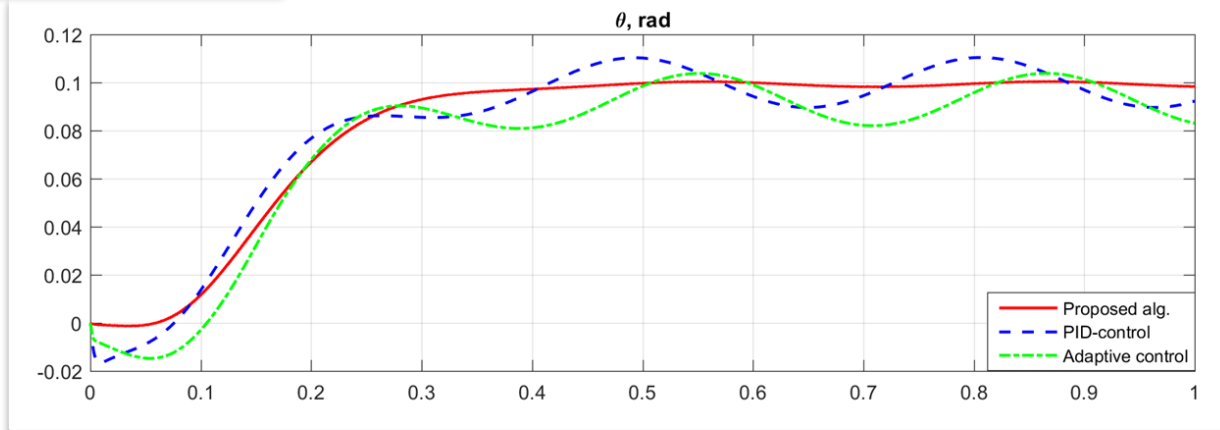
Инженер GTPP ICSS



УПРАВЛЕНИЕ МЕХАТРОННЫМИ МОДУЛЯМИ В СИСТЕМАХ ТРАНСФОРМИРУЕМЫХ КОНСТРУКЦИЙ ОБЪЕКТОВ АВИАЦИОННО-КОСМИЧЕСКОЙ ТЕХНИКИ

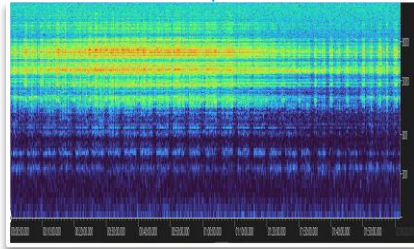


- Разработаны системы гашения колебаний и поворота на заданный угол
- Разработано программное обеспечение и успешно сдано заказчику



- Furtat, Zhukov, Matveev, *Cybernetics and Physics*, 2023
- Фуртат, Жуков, Слободзян, *Мехатроника, автоматизация, управление*, 2023
- Furtat, Zhukov, Korotkov, Pryanichnikov, *Russian Aeronautics*,



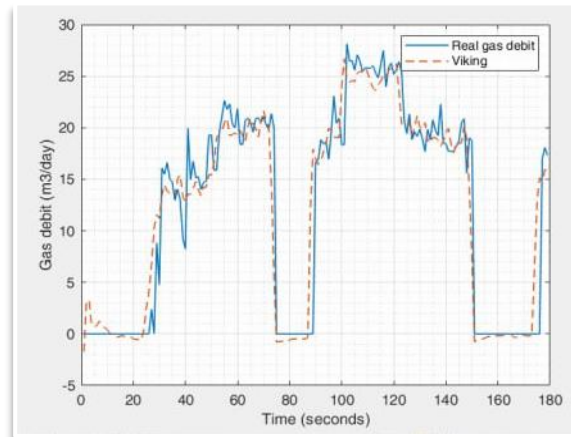


Звуковая дорожка после датчика вибрации

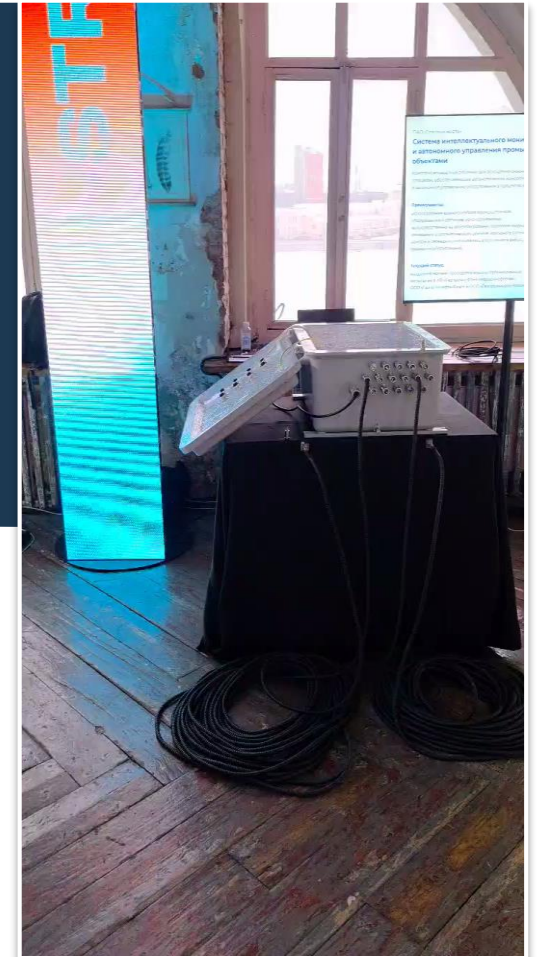
- Разработана модель движения трехфазной среды в трубопроводе
- Разработаны методы и алгоритмы идентификации состава многофазного потока
- Разработано ПО для использования на месторождениях



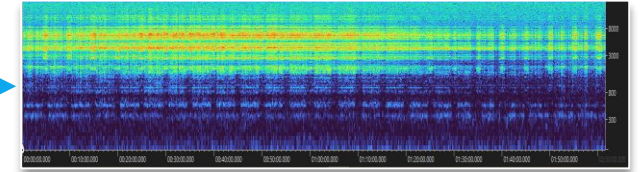
Устройство идентификации состава нефть-газ



Результаты идентификации состава нефть-газ



- Разработана система управление погружным насосом
- Обеспечен максимальный дебит при заданных ограничениях на режимы работы насоса
- Успешно пройдены испытания на стендах в Губкинском Университете (Москва) и стендах Газпром-Нефти (Кронштадт)



Средство измерения



Контроллер

ЗАКЛЮЧЕНИЕ



- Предложено развитие дивергентного метода исследования устойчивости автономных и неавтономных динамических систем
- Разработанный метод может быть использован как альтернативный метод для существующих методов исследования устойчивости
- Показано использование дивергентного метода для синтеза закона управления:
 - функция плотности используется для анализа устойчивости замкнутой системы
 - функция плотности используется для синтеза закона управления